Среднее профессиональное образование

А. В. Калинченко, Р. Н. Шикова,
Е. Н. Леонович

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ НАЧАЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Учебное пособие

Профессиональный модуль: Преподавание по программам начального общего образования

Соответствует ФГОС

ACADEMA

СРЕДНЕЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

А.В.КАЛИНЧЕНКО, Р.Н.ШИКОВА, Е.Н.ЛЕОНОВИЧ

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ НАЧАЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Под редакцией А.В.Калинченко

Рекомендовано Федеральным государственным автономным учреждением «Федеральный институт развития образования» (ФГАУ «ФИРО») в качестве учебного пособия для использования в учебном процессе образовательных учреждений, реализующих программы среднего профессионального образования по специальности «Преподавание в начальных классах»

Регистрационный номер рецензии 664 от 18 декабря 2012 г. ФГАУ «ФИРО»

ACADEMA

Москва
Издательский центр «Академия»
2013

УДК 37.022:51(075.32)
ББК 74.262.21я723
К172

Рецензент —

преподаватель ГБОУ СПО педагогического колледжа № 4 г. Москвы почетный работник среднего профессионального образования *В. Е. Корватовская*

Калинченко А. В.

К172 Методика преподавания начального курса математики: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / А. В. Калинченко, Р. Н. Шикова, Е. Н. Леонович, под ред. А. В. Калинченко. — М.: Издательский центр «Академия», 2013. — 208 с.

ISBN 978-5-7695-6962-3

Учебное пособие создано в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 050146 «Преподавание в начальных классах» и может быть использовано при освоении профессионального модуля ПМ.01 «Преподавание по программам начального общего образования» (МДК.01.04).

В учебном пособии изложены методические подходы к изучению в начальной школе натуральных чисел, арифметических действий, обучению учащихся решению арифметических задач; для каждой темы приведены контрольные задания, разделенные на три группы по уровням знаний и деятельности студентов. Материал учебного пособия направлен на формирование у студентов методических знаний, умений и навыков, развитие способности к самостоятельной творческой педагогической деятельности, позволяющей эффективно обучать и развивать учащихся начальной школы.

Для студентов учреждений среднего профессионального образования. Может быть полезно студентам учреждений высшего педагогического профессионального образования и учителям.

УДК 37.022:51(075.32)
ББК 74.262.21я723

ISBN 978-5-7695-6962-3

ДОРОГОЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Данное учебное пособие является частью учебно-методического комплекта по специальности 050146 «Преподавание в начальных классах».

Учебное пособие предназначено для изучения профессионального модуля ПМ.01 «Преподавание по программам начального общего образования» (МДК.01.04).

Учебно-методические комплекты нового поколения включают традиционные и инновационные учебные материалы, позволяющие обеспечить изучение общеобразовательных и общепрофессиональных дисциплин и профессиональных модулей. Каждый комплект содержит учебники и учебные пособия, средства обучения и контроля, необходимые для освоения общих и профессиональных компетенций, в том числе и с учетом требований работодателя.

Учебные издания дополняются электронными образовательными ресурсами. Электронные ресурсы включают в себя теоретические и практические модули с интерактивными упражнениями и тренажерами, мультимедийные объекты, ссылки на дополнительные материалы и ресурсы в Интернете, терминологический словарь и электронный журнал, в котором фиксируются основные параметры учебного процесса: время работы, результат выполнения контрольных и практических заданий. Электронные ресурсы легко встраиваются в учебный процесс и могут быть адаптированы к различным учебным программам.

Учебное пособие разработано на основании Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования с учетом его профиля.

ВВЕДЕНИЕ

Методика преподавания математики является составной частью междисциплинарного курса «Теоретические основы начального курса математики с методикой преподавания», входящего в профессиональный модуль «Преподавание по программам начального общего образования» и предполагающего овладение не только общими, но и следующими профессиональными компетенциями: определять цели и задачи; планировать уроки; проводить уроки; осуществлять педагогический контроль; оценивать процесс и результаты обучения; анализировать уроки; вести документацию, обеспечивающую обучение по программам начального образования. Кроме этого курс направлен на овладение компетенциями по методическому обеспечению образовательного процесса, которые требуют применения полученных знаний и умений в новых, творческих ситуациях. В связи с этим данное пособие разработано с учетом особенностей построения целенаправленного процесса изучения учебного курса, предполагающего различный характер деятельности студентов (как во время семинарских занятий под руководством преподавателя, так и в ходе самостоятельной работы).

Известно, что по способу использования усвоенной информации различают два вида деятельности: репродуктивную и продуктивную. Репродуктивной называется исполнительская деятельность, в ходе которой человеком один к одному воспроизводится усвоенная при обучении информация. В процессе продуктивной деятельности обучаемый на базе усвоенной информации создает новое.

В трудах Е. Л. Белкина, В. П. Беспалько, А. И. Иванова, Е. Н. Леоновича и других авторов отмечается, что репродуктивная деятельность с помощью, как правило, заключается в узнавании объектов путем сопоставления признаков объектов при их повторном восприятии (в этом случае показанный образец отождествляется в итоге его повторного восприятия с ранее усвоенным, что даст возможность, например, выбрать нужный алгоритм, сориентироваться в предстоящей работе.). Репродуктивная деятельность без помощи заключается или в воспроизведении усвоенной информации по памяти, или в приложении ранее усвоенного способа действия к аналогичной ситуации (в этом случае можно говорить о деятельности по образцу или деятельности в типовой ситуации, которая предполагает самостоятельное выполнение задания по выученному алгоритму).

Продуктивная деятельность с помощью может заключаться в преобразовании уже известных способов деятельности для решения новых задач (обучаемый создает субъективно новую информацию; например, ему не известен алгоритм выполнения задания, но предшествующий опыт позволяет найти решение). Продуктивная деятельность без помощи заключается в создании обучаемым на базе усвоенной информации объективно новой информации, неизвестной ранее в науке (в этом случае можно говорить о творчестве).

Таким образом, выделяют четыре вида (уровня) деятельности: 1) репродуктивная деятельность с помощью (уровень узнавания); 2) репродуктивная деятельность без помощи (уровень воспроизведения); 3) продуктивная деятельность с помощью (уровень применения); 4) продуктивная деятельность без помощи (уровень творчества). Соответственно этим уровням деятельности различают четыре уровня усвоения знаний: 1) знания-узнавания; 2) знания-репродукции; 3) знания-умения; 4) знания-трансформации.

Наличие у человека знаний первого уровня означает возможность узнавания им изученных ранее объектов, свойств, процессов при повторном их восприятии за счет соотнесения усвоенных существенных признаков объектов с самими объектами. Знания второго уровня позволяют человеку воспроизвести один к одному ту информацию, которую он раньше усвоил, т. е. человеком усвоена не только информация содержания, но и алгоритм ее воспроизведения. На основе знаний третьего уровня человек может выполнять преобразование усвоенной информации в целях создания неизученных способов деятельности (человек составляет новый для себя алгоритм). При усвоении знаний на четвертом уровне у человека появляются новые (не усвоенные в процессе обучения) знания, это как раз тот случай, когда человек действует «без правил» в известной ему научной области, самостоятельно создавая новые правила действия.

Знакомство с описанными уровнями знаний позволяет студенту осуществлять самоконтроль, а преподавателю — текущий и промежуточный контроль, определять уровни освоения дисциплины и компетенций обучающихся. Приобретение знаний первого уровня показывает пороговый (обязательный) уровень компетенции. Если учебный материал усвоен на втором уровне, то можно говорить о

11>/MI'іпи иродиип >•••• уі......:...... к-мцип. Знания третьего уровня iiuii.i Ильи, .i . . . . . j ij in . .11 |, ц, |г| ВЫСОКИМ уроНiIОМ компетенцииЧсиирм.ш\|•>>i<•••i.п.,ими . . . . юэможность заниматься исследошгп'лыним|м. . . . . и, имеющей научную новизну и теоретическую IILI'IIIMIKп., что не ВХОДИГ II стандарты сродного профессионального (»<>|ы юи.шпи. (>ираясь • іс1 данные теоретические положения, авторы разработали и представили в настоящем учебном пособии комплекс заданий, соответствующих уровням компетенции для каждого раздела методики преподавания математики. Это позволяет формировать у студентов компетенции заданного уровня, определять их качество, ориентировать на повышение методической грамотности, организовать самостоятельную работу, в процессе которой возможно осуществление самоконтроля по заранее определенным критериям.

На первом уровне предлагаются задания, требующие деятельности по узнаванию (опознанию и различению). В заданиях на опознавание обучаемому задается вопрос, предполагающий альтернативный ответ: «да» или «нет», «является» или «не является», «относится» или «не относится» и т.д. В задании обязательно даны признаки объекта, о свойствах и характеристиках которого следует иметь представление студенту. Задача обучаемого состоит в том, чтобы сопоставить предложенный в задании признак с представленным объектом и сделать вывод об их совместимости. В заданиях на различение представлены ответы, из которых обучаемый должен выбрать один или несколько, т. е. список возможных решений содержится в самом тексте. Эти задания отличаются от заданий на опознавание тем, что выполнение действий осуществляется в условиях, когда «помехи», создаваемые рядом вариантов ответов, с одной стороны, затрудняют выбор правильного решения, а с другой — контрастируют с ним.

В заданиях второго уровня необходимо воспроизвести или обсудить информацию об изученных методических подходах без опоры на учебное пособие, т.е. по памяти.

Третий уровень предполагает выполнение заданий, требующих создания субъективно новой информации. Это задания на применение имеющихся знаний в реальной практической деятельности, преобразование изученных способов действий соответственно новым условиям. Для формирования у студентов творческого методического мышления и развития их самостоятельности предлагаются задания, связанные с анализом различных ситуаций и их разрешением. Цель этих заданий — введение студента в ситуацию, максимально приближенную к реальной, требующей от него осознания поставленной проблемы, выбора необходимых методов, приемов и средств для ее решения. Такие задания повышают теоретический уровень методической подготовки студентов, требуют умения анализировать основные понятия начального курса математики, способы организации учебного процесса, направленного на усвоение этих понятий учащимися начальных классов.

Контроль за качеством освоения дисциплины является закономерной и необходимой частью педагогического процесса, позволяющей управлять им. От того, насколько надежно обеспечена обратная связь между педагогом и студентом, насколько продуктивно проходят семинарские занятия, на которых анализируется качество выполнения студентом учебных заданий разного уровня, зависит профессиональная педагогическая подготовка будущих учителей начальных классов.

За основу для оценки результатов тестирования следует принимать коэффициент усвоения студентом знаний на заданном уровне: $K_y = a/P$, где a — количество правильно выполненных заданий; P — количество предлагаемых заданий. При $K_y > 0{,}7$ деятельность студентов приобретает устойчивый характер на данном уровне усвоения.

Зависимость оценочного балла от коэффициента усвоения можно определить по пятибалльной шкале (табл. 1).

Таблица 1

Уровень компетенции	Коэффициент усвоения		
	$K_y < 0{,}7$	$0{,}7 \le K_y < 0{,}9$	$0{,}9 \le K_y \le 1$
Пороговый	1	2	3
Продвинутый	2	3	4
Высокий	3	4	5

Представленные процедуры контроля являются средством мотивации студентов на успешную учебно-познавательную деятельность. Выполнение заданий, соответствующих уровням компетенции, позволяет обеспечить объективную оценку достижений, кроме того, дает возможность увидеть отсутствие необходимого и достаточного объема знаний и умений, создать условия для их восполнения.

ГЛАВА 1

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

1.1. СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНЫЙ ПОДХОД В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

В основе Федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования лежит системно-деятельностный подход, который позволяет создать условия для достижения социально желаемого результата личностного и познавательного развития обучающихся.

Российские ученые (Л. С. Выготский, А. Н.Леонтьев, С.Л. Рубинштейн и др.) теоретически обосновали и экспериментально доказали, что на развитие человека, его сознание можно влиять в процессе специально организованной деятельности. Использование системно-деятельностного подхода при обучении младших школьников позволяет добиться метапредметных, предметных и личностных результатов образования.

Л. С. Выготский видел один из источников развивающей роли обучения в содержании учебных знаний, в усвоении учащимися научных понятий. Поэтому при обучении математике важно максимально учитывать резервы, скрытые как в содержании учебного материала, так и в методике обучения, и направлять их на развитие интеллектуальной деятельности.

Известно, что уровень абстрагирования определяется широтой конкретизации, т.е. для подлинного овладения учащимися научными абстракциями, выраженными в слове, необходимо, чтобы эти абстракции имели прочную опору в богатом конкретном опыте учащихся.

Дальнейшим развитием этого положения стала теория поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина, центральное место в которой занимает ориентировочная основа действия (ООД), где учащиеся не выполняют формируемое действие,

а лишь получают возможность познакомиться с его содержанием, проанализировать и в дальнейшем контролировать ход его выполнения.

Это позволяет учащимся сделать выводы, касающиеся предстоящего использования приема выполнения задания (Е. Н. Кабанова-Меллер). Так, ориентировочная часть вычислительного действия предполагает соотнесение компонентов и результата действия с условиями его выполнения.

На основе такого соотнесения осуществляется выбор соответствующего приема вычисления. В этой части вычислительного действия кроме выбора приема необходима целостная система условий выполнения арифметического действия, которая обеспечивает понимание учеником необходимости выполнения каждой составной операции приема, способствует прочному усвоению точного приема.

П.Я.Гальперин, Л.С.Георгиев, В.В.Давыдов, Н.И.Непомнящая и др. отмечают, что раскрытие действительного содержания важнейших арифметических действий и понятий, организация правильной ориентировки детей в исходных математических явлениях приводит к выделению ими количественной стороны вещей, к формированию научного математического подхода к этой количественной стороне, к осознанному усвоению математических понятий и действий.

Ориентировочная основа действия (ООД) является незаменимым средством для поэтапного формирования умственных способностей. Именно ООД должна обеспечивать выбор и успешную реализацию исполнительной части действия, которая может протекать в материальной, перцептивной, внешнеречевой и умственной формах.

Поскольку материальная форма выполнения действия является очень важным этапом в формировании вычислительных действий, необходимо использовать разные виды наглядности (натуральную, схематическую, символическую, графическую). Наглядный материал должен служить внешней опорой внутренних действий, совершаемых ребенком под руководством учителя в процессе овладения знаниями (А.Н.Леонтьева).

Средством выделения и фиксации внутренних отношений изучаемых объектов является, по мнению В.В.Давыдова, моделирование. Д. Б. Эльконин рассматривал моделирование как учебное действие и считал, что моделирование учеником определенных сторон действительности и законов их строения, проводимое под руководством учителя, является общим принципом усвоения.

Моделирование не противопоставляется наглядности, а лишь является его высшей ступенью, его развитием и обобщением. Модели служат заместителями предметов и явлений и воспроизводят наглядность, необходимую для формирования представлений и понятий (С.Г. Шаповаленко).

Метод моделирования помогает наполнить математические понятия соответствующим предметным содержанием. Л. М. Фридман, формулируя психолого-педагогические основы обучения математике в школе, говорит о том, что осознание учащимися сущности изучения абстрактных математических понятий облегчается, когда эти понятия представлены в виде моделей, в которых отражены основные особенности этих понятий. Н. Г. Салмина, В. П. Сохина, анализируя процесс формирования понятия числа, обнаружили, что число выводится не прямо из реального действия, а через построение моделей. Именно моделирование позволяет сформировать число как отношение, дать понятийную характеристику числа.

Моделирование используется как для ориентировки в задании, так и при выполнении действий в материальной форме. С помощью моделирования можно обобщить способы выполнения действий и операций, получить алгоритм выполнения действий и установить внутренние причинно-следственные связи изучаемых чисел.

Более эффективным является не применение готовых моделей, а их построение учащимися. Поэтому очень важно не только использовать модели на уроке, но и обучать учащихся самостоятельно их строить. Построение моделей ведет к развитию умения планировать свою деятельность (Л.А. Венгер, В. П. Зинченко, Н.Н. Поддъяков, А.Г. Рузская и др.).

Сформированные во внешнем плане понятия и действия обобщаются в словесной форме, вербализуются и затем переносятся в умственный план.

Исследования Н. Г. Салминой показывают, что целесообразно вводить речь уже на этапе материального действия. Учащиеся проговаривают и комментируют совершаемое действие. Затем развернутое объяснение сокращается, хорошо известное учащимся не проговаривается.

Внешнеречевая форма может быть представлена громкоречевой, письменноречевой и внутренней речью. Таким образом осуществляется переход, в результате которого внешние по своей форме процессы с внешними вещественными предметами преобразуются в процессы, протекающие в умственном плане, в плане сознания; при этом они подвергаются специфической трансформации — обобщаются, вербализуются, сокращаются, и главное, становятся

способными к дальнейшему развитию, которое переходит границы возможностей внешней деятельности.

Однако система познавательных действий — недостаточное условие эффективности учебного процесса (В.П.Беспалько). Согласование психологических механизмов усвоения знаний со способами подачи и усвоения учебной информации становится возможным при использовании методики задания дидактических целей достижения требуемого уровня знаний (Е.Л. Белкин, Е. Н.Леонович, Ф.П.Хакунова и др.).

С.И.Архангельский пишет, что только тогда можно считать управление познавательной деятельностью обучаемых эффективным, когда в результате выполнения ими той или иной группы упражнений они овладевают требуемыми знаниями и умениями настолько и так, как это планировалось.

Определить деятельность обучаемых, основанную на усвоенной ими информации и выполняемую во внешнем плане, позволяет классификация уровней деятельности и соответствующих уровней знаний В. П. Беспалько.

По способу использования во внешнем плане усвоенной информации различают два вида деятельности: репродуктивную и продуктивную, которые могут выполняться с различной степенью самостоятельности (с подсказкой и без нее). Соответственно рассматриваются четыре уровня деятельности, которые однозначно соотносятся с качеством усвоения знаний.

Если при выполнении задания обучаемый действует репродуктивно и с помощью (наводящие вопросы, подсказка, опора на схему и др.), то можно говорить, что его знания находятся только на уровне узнавания изучаемого объекта — знания-узнавания (первый уровень). В случае, когда обучаемый может самостоятельно точно и полно воспроизвести усвоенную информацию по заданным характеристикам, его деятельность репродуктивна, а знания являются знаниями-репродукциями (второй уровень). Возможность осуществлять преобразование усвоенной информации для решения новых задач свидетельствует о наличии продуктивной деятельности, и если она осуществляется с помощью, то это показатель знаний-умений (третий уровень), если самостоятельно, то — знаний-трансформаций (четвертый уровень).

На эффективность достижения заданных дидактических целей обучения влияют дидактические факторы, такие, как дидактические принципы, иерархическая закономерность процесса усвоения знаний, методы, средства, организационные формы обучения и др.

1.2. УРОК КАК ОРГАНИЗАЦИОННАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Традиционно принято полагать, что среди организационных форм обучения в школе одно из главнейших мест принадлежит разнообразным типам уроков. Урок есть устанавливаемая учителем форма организации познавательной деятельности учащихся при изучении школьных предметов.

Считается, что одним из первых, кто широко ввел данную форму в практику обучения, был немецкий педагог Иоганн Фридрих Гербарт (1776—1841). Им были разработаны первые в истории школы методические рекомендации для учителей — «уроки-шаблоны», где были расписаны все этапы урока, а также дословно все то, что должен был говорить учитель на уроке. В то время это было настоящим открытием в педагогике, поэтому И. Ф. Гербарту — единственному из педагогов — сподвижники поставили памятник на родине. Однако со временем это открытие привело к тому, что многие учителя потеряли всякое творческое начало при подготовке к урокам, пользуясь готовыми разработками. Такое положение дел подверглось в дальнейшем справедливой критике в устах общественности.

Моделирование. В настоящее время подготовка учителя к уроку и написание плана-конспекта урока может рассматриваться как *моделирование* (создание модели). В сравнении с богатой и насыщенной педагогической действительностью, которая предстает на уроке, модель является ее упрощенным аналогом. Моделирование урока предполагает анализ, синтез, конкретизацию, абстрагирование и др.

В процессе моделирования при *анализе* (от греч. *analysis* — разложение) учитель может осуществить мысленное или реальное расчленение целого урока на составляющие его элементы, причем важным является установление связей и отношений между элементами (задачами, этапами урока и др.).

Синтез (от греч. *synthesis* — соединение) позволяет учителю мысленно или реально соединить элементы урока, связи и отношения между ними в единое целое, которое может предстать как система.

Конкретизация (от лат. *concretus* — сгущенный, уплотненный, сросшийся) есть действие по приданию уроку конкретного выражения. Конкретное в широком плане понимается как реально существующее, предметно определенное, четко обозначенное.

Конкретному противостоит абстрактное — полученное путем абстракции. *Абстракция* (от лат. *abstractio* — отвлечение) основана на мысленном выделении существенных свойств и связей урока и отвлечении от других, частных, его свойств и связей.

В самом общем плане под моделью урока понимается специально созданная структура урока для воспроизведения в более упрощенной и наглядной форме отдельных его характеристик. Модель выступает как некая идеализация. При построении модели урока всегда приходится сознательно отвлекаться от некоторых его сторон, свойств. Иначе, модель урока, будучи упрощенным аналогом урока как педагогической действительности, никогда не может достигнуть полной степени сложности последнего. При построении модели прибегают к известным упрощениям. Цель упрощений модели урока состоит в стремлении отобразить не весь объект, а с достаточной полнотой охарактеризовать некоторые его аспекты. Задача заключается в том, чтобы путем введения ряда упрощающих допущений выделить важнейшие для учителя свойства урока.

Опираясь на исследования Ю. К. Бабанского, можно сказать, что разработанная модель урока может выполнять следующие важнейшие функции:

1) помогает учителю систематизировать знания об уроке и определить путь целостного описания урока;

2) четко определяет компоненты, составляющие систему урока;

3) достаточно схематично и точно определяет связи внутри моделируемого урока;

4) порождает вопросы, на которые следует искать ответы, и др.

Работа учителя над моделью урока является увлекательнейшим занятием, которое можно сравнить с трудом писателя. Творец вначале набрасывает общий план замысла, затем тщательно продумывает и скрупулезно описывает все детали своего произведения.

Урок как форма обучения. С позиций системно-структурной дидактики рассмотрим урок как форму обучения. При определении формы обучения необходимо прежде всего обратить внимание на отношение *форма — функция.* В понимании современной педагогической науки движение всегда должно осуществляться от функции к форме, а не наоборот. Иначе функционирование процесса обучения ведет к установлению той или иной формы обучения, разнообразие функционирования является причиной разнообразия форм.

На практике это обнаруживается следующим образом: при подготовке к учебному занятию учитель прежде всего должен ставить и видеть перед собой цели и задачи обучения или содержание обучения, руководствуясь которыми он рационально идет к установлению оптимальной формы обучения. Содержание обучения связано с формой обучения, но не должно целиком зависеть от нее.

С точки зрения функции, которые они выполняют, уроки подразделяются на следующие типы:

- урок сообщения новых знаний;
- урок закрепления знаний, умений и навыков;
- обобщающий урок;
- урок проверки знаний, умений и навыков (контрольный урок);
- урок работы над ошибками;
- комбинированный урок.

Урок сообщения новых знаний проводится при изучении новой темы. Учитель при построении модели данного урока должен, ориентируясь на требования к знаниям, определить необходимый и достаточный *объем знаний* по данной теме. При этом ранее усвоенные знания будут относиться к этапу урока, связанного с актуализацией ранее полученных знаний, новые знания —• к этапу урока, связанного с усвоением новых знаний. Далее на основе полученных знаний у учащихся формируются предметные умения и навыки (компетенции).

Дидактические возможности уроков данного типа заключаются в следующем. На уроках используются, как правило, репродуктивные методы обучения, которые могут обеспечить знания-узнавания. У учащихся формируется первое представление о признаках и свойствах изучаемого объекта. При этом они действуют репродуктивно, с помощью (опираясь на подсказку или внешнюю опору).

Мастерство учителя позволяет при опоре на прочное и осознанное усвоение учащимися знаний организовать частично-поисковую деятельность учащихся при использовании продуктивных методов обучения.

На *уроке закрепления знаний, умений и навыков* нет новой темы. На данном уроке учащиеся усваивают знания первого уровня (при формировании репродуктивной деятельности с подсказкой) и переходят к усвоению знаний второго уровня (при формировании репродуктивной деятельности без подсказки). Учитель, ориентируясь на требования к знаниям, наращивает *скорость выполнения учебных заданий* учащимися при использовании полученных знаний, поднимает уровень *прочности* и *осмысленности* знаний. На уроках данного типа постоянно увеличивается степень трудности заданий

при переходе учащихся с одного уровня на другой, в результате чего повышается их активность и самостоятельность.

Дидактическая возможность таких уроков состоит в том, что осуществляется выработка прочных умений и навыков на основе полученных знаний при осуществлении учащимися определенного вида учебной деятельности; появляются знания-репродукции и знания-умения, возможность самостоятельно, без ошибок воспроизводить изученный учебный материал и использовать свои знания в новой нестандартной ситуации. При этом формируются репродуктивная деятельность без подсказки и, возможно, продуктивная деятельность с подсказкой.

Обобщающий урок проводится в конце изучения темы или раздела учебного курса. На данном уроке учителю представляется возможность объединить отдаленные друг от друга темы в программе, связать знания в систему, что позволяет выполнить требования, связанные с *системностью* учебного материала. Дидактические возможности уроков этого типа состоят в том, что они могут обеспечить знания-репродукции и знания-умения (в отличие от уроков закрепления знаний, умений и навыков они в большей мере позволяют обеспечить знания-умения); у учащихся повышается познавательная активность, направленная на выявление зависимостей и отношений между изученными объектами, и создаются предпосылки для открытия субъективно новых знаний.

Урок проверки знаний, умений и навыков (контрольный урок) проводится в конце изучения темы при усвоении учащимися знаний, умений и навыков на втором уровне знаний по данной теме. Опыт показывает, что нецелесообразно проведение контрольного урока, когда у учащихся появились знания только первого уровня, а их деятельность репродуктивная, с подсказкой, поскольку это может повлечь за собой появление многочисленных ошибок и недочетов. Этот тип урока нередко проводится как фрагмент урока (20 — 25 мин) в устной и письменной формах.

Дидактические возможности уроков состоят в том, что они позволяют выявить результаты усвоения учащимися учебной программы, могут служить условием активизации учебной познавательной деятельности, актуализации психологических механизмов усвоения знаний, мотивации на успешную учебно-познавательную деятельность.

Урок работы над ошибками проводится после проверки контрольных работ и по мере накопления сведений об ошибках учащихся (нередко как фрагмент урока продолжительностью 20 — 25 мин).

Комбинированные уроки получили свое название и широкое распространение в конце 50-х годов XX в. На этих уроках одновременно сочетаются такие элементы, как усвоение нового материала, повторение, проверка знаний и др.

Реализация дидактических возможностей уроков разных типов позволит в начальной школе целенаправленно выстраивать процесс обучения с учетом видов деятельности и формировать у младших школьников знания разных уровней в соответствии с поставленными дидактическими целями.

План-конспект (модель) урока. Как было указано ранее, определяющим урока являются его задачи.

1. *Задача обучения* (обучающая задача) связана с передачей учащимся знаний. При составлении учителем плана-конспекта урока она формулируется следующим образом:

Знакомство учащихся с 1)...; 2)...

Здесь перечисляются все элементы знания, которые учащиеся усваивают по данной теме. В п. 1 целесообразно назвать те элементы знания по теме, которые учащиеся уже усвоили на предыдущих уроках; в п. 2 — элементы знания по теме, которые учащимся предстоит усвоить на данном уроке.

В целом, формулируя данную задачу, учитель определяет необходимый и достаточный объем знаний по теме урока.

2. *Задача развития* (развивающая задача) включает:

1) предметные умения и навыки;

2) навыки, связанные с развитием психических процессов (внимания, памяти, восприятия, мышления, воображения, речи), а также метапредметных компетенций.

3. *Задача воспитания* (воспитательная задача) позиционирует воспитание нравственной личности, формирование у нее таких качеств, как активность, самостоятельность, ответственность, порядочность и др.

Этапы урока. Решение данных задач определяет набор *этапов урока,* образующих его макроструктуру (от англ. *makros* — большой, длинный):

- *организационный,* или организация начала урока, — подготовка учащихся к работе на уроке;
- *проверка выполнения домашнего задания* — установление правильности и осмысленности выполнения домашнего задания;
- *актуализация ранее полученных (опорных) знаний и способов действий* (актуализация ранее полученного субъективного опыта обучаемых). Обычно проводится в форме фронтального группового опроса или беседы;

- *усвоение новых знаний и способов действий,* направленное на рациональный выбор и реализацию методов и способов обучения при организации учебной познавательной деятельности учащихся;
- *применение полученных знаний,* развитие умений и навыков на основе полученных знаний, формирование компетенций. Данный этап обычно включает два подэтапа:
  1) работу учащихся при оказании помощи (с подсказкой, с внешней опорой);
  2) работу учащихся без оказания помощи, или самостоятельную работу (без подсказки, без внешней опоры);
- *обобщение и систематизация знаний* — демонстрация процесса расширения объема знаний учащихся, приведение знаний в систему научных знаний;
- *подведение итогов урока* — анализ и оценка деятельности учащихся и учителя;
- *разбор домашнего задания.* На данном этапе учащиеся получают информацию о домашнем задании, что обеспечивает понимание ими цели, содержания и способов выполнения домашнего задания.

Реализация плана-конспекта урока. При реализации модели урока в ходе проведения урока учитель наблюдает:

- готовность класса к уроку;
- психофизическое состояние детей;
- реакцию детей на вопросы, задания, ответы (свои и товарищей) и др.;
- особенности учебной деятельности отдельных учащихся;
- особенности учебной деятельности отдельных групп учащихся;
- свое поведение, речь и др.

Также следует помнить, что для любого вида работы характерны три периода, или фазы, работоспособности: фаза врабатывания, фаза оптимальной работоспособности, фаза истощения (утомления).

Чтобы предупредить и ослабить утомление учащихся, следует использовать элементарные физические упражнения. Их продолжительность составляет примерно 40—60 с. Проводят их при первых признаках утомления: частая смена поз, рассеянное внимание, отвлечения. Обычно это происходит на 25—30 минутах урока.

Анализ урока. *Подготовка к уроку* включает следующие этапы:

1) Разработка модели урока:

- правильность постановки обучающих, развивающих и воспитательных задач;
- отбор содержания обучения в соответствии с задачами урока;
- соответствие типа и структуры урока его теме и задачам;
- правильность постановки задач этапов урока, определение условий их реализации;

2) подбор индивидуально-раздаточного и демонстрационного наглядного материала;

3) техническое оснащение урока.

Проведение урока предусматривает решение следующих компетенций:

- степень достижения обучающих, развивающих и воспитательных задач;
- организацию самостоятельной деятельности;
- организацию контроля на уроке как условия установления обратной связи;
- рациональное использование наглядных средств обучения;
- осуществление индивидуального подхода;
- развитие психических процессов;
- использование технологий, позволяющих сохранить здоровье учащихся;
- речь учителя на уроке;
- стиль общения учителя на уроке.

Глава 2

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

2.1. ПОДХОДЫ К ФОРМИРОВАНИЮ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ

Изучение натуральных чисел осуществляется в течение всего начального курса математики, что позволяет постепенно расширять и углублять знания учащихся.

Выделяют следующие концентры: знакомство с числами первого десятка, второго десятка, первой сотни, первой тысячи и многозначными числами.

Формирование понятия о числе является основной задачей курса математики начальной школы. В методической литературе описаны количественный и аксиоматический подходы к изучению числа, подход к пониманию числа как результата измерения величины. Эти подходы взаимосвязаны.

В большинстве современных систем математического образования используются и количественный, и аксиоматический, и величинный подходы в их сочетании. Как писала Н. И. Непомнящая **[14]**, содержание начального учебного курса, обеспечивающего полноценное усвоение математических знаний, не сводится к освоению действий с числами на основе какой-либо одной деятельности (измерения, сопоставления и т.д.). По ее мнению, действие с числом есть результат синтеза разных отношений, осваиваемых в соответствующих этим отношениям деятельностях. Если это так, то математические знания должны возникать благодаря синтезу разного содержания, включаемого в учебный материал. Простое отношение «предметное действие — операция с числом» необходимо заменить более сложной структурой, включающей предметные действия или ситуации, общие математические понятия («множество», «равенство», «целое — часть» и др.), логические операции, действия с числом.

Количественный подход. В трудах М.А. Байтовой, Г.В. Бельтюковой, А.И.Маркушевича, М.И.Моро, А.С.Пчелко и других авторов раскрывается количественный подход.

С точки зрения теории множеств, натуральное число выступает как количественная характеристика класса конечных эквивалентных множеств, а основной операцией, на основе которой возникает понятие числа, является установление взаимно-однозначного соответствия между элементами двух сравниваемых множеств.

Данное представление легло в основу количественного подхода. В соответствии с ним ребенок должен научиться определять количественные отношения. Для этого необходимо учить выделять множество однородных предметов (предметов, имеющих одно и то же свойство, например круглых) в окружающем пространстве, сравнивать их с другим множеством по численности, сопоставив каждый элемент одного множества с одним элементом другого — один к одному, т. е. установить взаимно-однозначное соответствие. Убирая или добавляя по одному предмету, можно множества делать равными или неравными, т. е. увеличивать или уменьшать количество элементов множества.

При установлении взаимно-однозначного соответствия между множеством предметов и множеством количественных числительных, включая слово «один», каждому предмету данного множества присваивается собственное название, так появляется счет. Название, данное последнему элементу множества, относится ко всему пересчитанному множеству и отвечает на вопрос «сколько?», является показателем количества элементов множества.

Над множествами можно производить операции. Например, если множество из двух кругов объединить с множеством из трех квадратов, то получится новое множество, которое будет состоять из двух кругов и трех квадратов (рис. 1).

Учащиеся начальной школы выполняют вычитание одного множества из другого. Например, из множества геометрических фигур нужно убрать подмножество кругов (рис. 2).

Результат вычитания называют разностью. Разностью множеств называют дополнение одного множества до другого. Если X подмножество множества Y, и $X+K=Y$, то дополнение K будет разностью данных множеств.

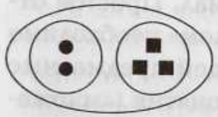


Рис. 1

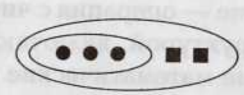


Рис. 2

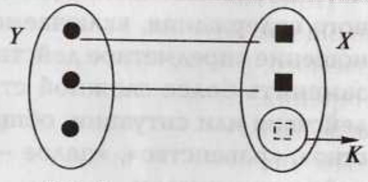


Рис. 3

Аксиоматический подход. Этот подход предполагает изучение числа как элемента натурального ряда.

Аксиоматическое построение арифметики натуральных чисел описывает натуральный ряд так: ряд начинается с числа 1, которое не следует ни за каким натуральным числом; за каждым натуральным числом непосредственно следует единственное натуральное число, большее на 1, и каждое натуральное число непосредственно следует не более чем за одним натуральным числом, меньшим на 1; начиная от числа 1 и переходя по порядку к непосредственно следующим друг за другом натуральным числам, получается все множество этих чисел.

Аксиоматическое построение натурального ряда чисел находит свое отражение при ознакомлении с нумерацией чисел, дает возможность формировать понятие о числе как члене числовой последовательности.

Учащиеся начальных классов знакомятся с названием чисел, изучают порядок счета, им объясняют, как получено каждое число ($n \pm 1$). На основании данного подхода выполняются операции — присчитывание и отсчитывание единицы.

Подход к пониманию числа как результата измерения величины рассматривается в трудах Э.И.Александровой, П.Я.Гальперина, Л.С.Георгиева, В.В.Давыдова. В.В.Давыдов считал, что так как в дошкольной жизни ребенка фактически нет опыта действия с непрерывными величинами, то курс математики должен начинаться с изучения величин и отношений между ними. Действуя с различными предметами, пытаясь заменить один предмет другим, подходящим по заданному признаку, дети выделяют параметры вещей, являющиеся величинами. Формируется понятие числа как инструмента счета, позволяющего получить из одной величины другие.

По мнению П.Я.Гальперина, Л.С.Георгиева, учащихся важно познакомить с действием измерения и научить определять единицу через отношение к мерке: в 1 дм — 10 см, в 1 банке — 4 стакана воды и др.

Понятие о числе как результате измерения величин (длины, площади, массы и др.) формируется в процессе сравнения измеряемого, например отрезка с отрезком, принятым за единицу измерения. Сравнение выполняется путем наложения единичного отрезка на измеряемый отрезок, результат фиксируется определенным числовым значением при выбранной единице измерения. Таким образом, процесс измерения включает в себя счет.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Какие из указанных ниже ученых придерживались количественного подхода к изучению числа:
   а) М.А.Бантова; б] Э.И.Александрова; в) М.И.Моро;
   г) А.С.Пчелко; д] В.В.Давыдов?
2. Выпишите из энциклопедии значение термина «число».
3. Смогут ли учащиеся установить взаимно-однозначное соответствие между двумя множествами, если:
   а} на каждый предмет одного множества положить один предмет другого множества;
   б) расположить предметы одного множества под предметами друг-гого один к одному;
   в) составить пары предметов?
4. Какие из представленных ниже заданий основываются на аксиоматическом подходе к формированию понятия о числе?
   А. Назовите числа от 5 до 9 и от 6 до 3.
   Б. 5+1
   В. 5-1.
   Г. На сколько 6 больше, чем 1 ?
   Д. Какие числа меньше, чем 3?
5. Рассмотрите учебник по математике для 1 класса. Найдите задания на формирование понятия о числе как элементе натурального ряда чисел.
6. Выпишите из учебника по математике для 1 класса пять заданий для формирования понятия о числе на основе аксиоматического подхода.
7. Учитель предложил расположить круги от меньшего к большему. Является ли это задание подготовкой к изучению натурального ряда чисел?
8. Верно ли, что на основании аксиоматического подхода выполняются счетные операции сложения и вычитания путем присчитывания и отсчитывания по единице?
9. Выберите из учебника по матетматике для 1 класса задания, позволяющие подготовить учащихся к сравнению чисел; задание на установление взаимно-однозначного соответствия.
10. Какие из указанных ниже ученых придерживались величинного подхода к изучению числа: а] М.А.Бантова; б] Э.И.Александрова; в) М.И.Моро; г] А.С.Пчелко; д) В.В.Давыдов?
11. Выпишите из энциклопедии значение термина «величина».
12. Верно ли, что понятие о числе как результате измерения величин формируется в процессе сравнения измеряемого отрезка с отрезком, принятым за единицу длины?

13. Какие из представленных ниже заданий позволяют формировать понятие о числе как результате измерения величины?
    А. Сравните по длине полоски бумаги.
    Б. Сколько стаканов воды можно влить в литровую банку?
    В. Назовите числа от 2 до 5.
    Г. Сравните 4 и 7.
    Д. Сравните 4 см и 7 см.

Продвинутый уровень компетенции

1. Как определяется натуральное число с теоретико-множественной точки зрения?
2. Какая операция над множествами является основной при формировании понятия о числе?
3. Какие приемы можно использовать при установлении взаимно-однозначного соответствия?
4. Учитель раздал учащимся по несколько квадратов и предложил, не пересчитывая их, взять столько же кругов. Какую операцию над множествами будут выполнять учащиеся?
5. Выполнения какой операции над множествами требуют приведенные ниже задания?
   А. Определите, хватит ли зайцам морковок.
   Б. Поровну ли зеленых и красных мячей?
   В. Поставьте на стол чашек столько же, сколько тарелок.
   Г. В букете из 5 цветов были 3 красные розы и несколько белых роз. Сколько белых роз было в букете?

В. Учитель предложил учащимся взять 4 красных круга и 3 зеленых круга, положить их в ряд так, чтобы около каждого зеленого круга лежал один красный. С какой целью было предложено это задание?

7. Рассмотрите различные учебники по математике для 1 класса. Какой подход используют авторы для формирования понятия о числе? Аргументируйте свой ответ.
8. Рассмотрите с. 74 учебника В.В.Давыдова с соавторами для 1 класса [10] [рис. 4). Какой подход используют авторы для формирования понятия о числе? Аргументируйте свой ответ.
9. Расскажите об аксиоматическом подходе к изучению чисел.
10. Формирование знаний о числе, например, 6 можно начинать с получения данного числа путем добавления единицы к ранее изученному числу 5.
    Какой подход к изучению чисел лежит в основе этого способа формирования знаний о числе?
11. Учитель предложил учащимся назвать «соседей» числа 5. На какой подход к формированию понятия о числе опирался учитель?

12. Какими знаниями должен обладать учащийся, чтобы без выполнения арифметического действия сложения определить число, которое больше 7 на 1?
13. Какие задачи обучения можно реализовать при выполнении задания: «Измерьте длину парты разными мерками и сравните полученные результаты»?

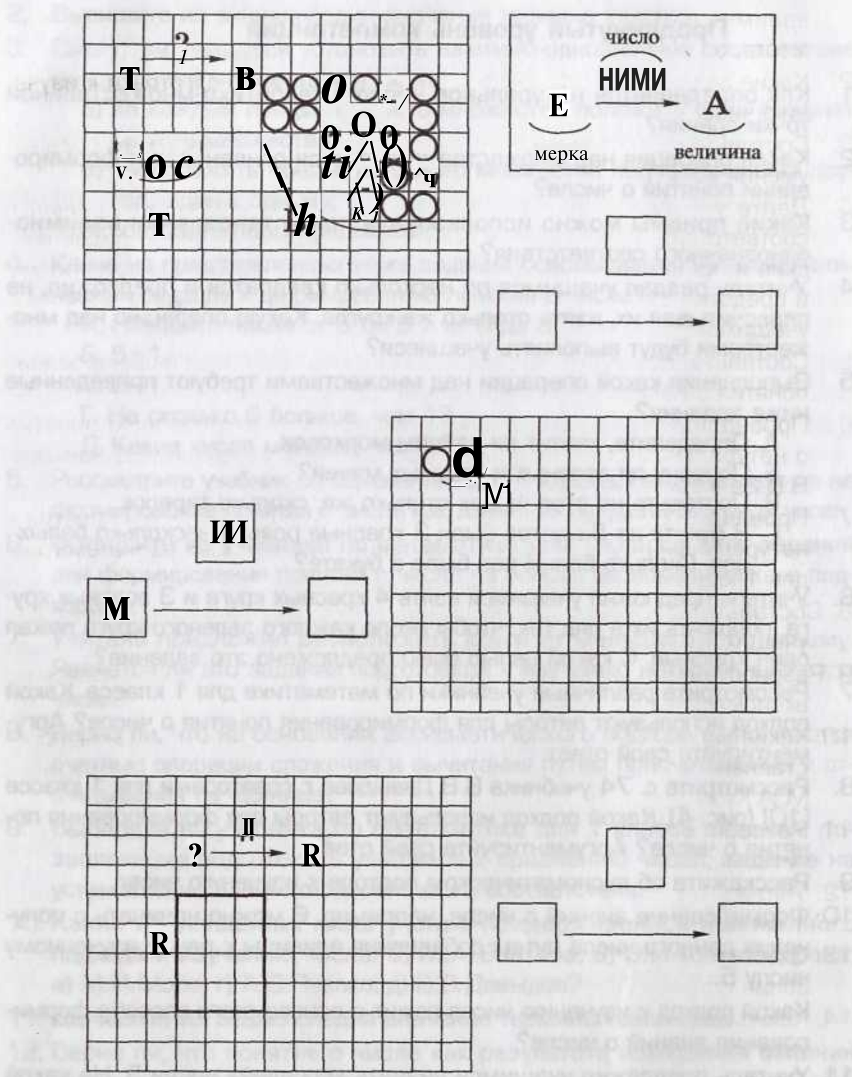


Рис.4

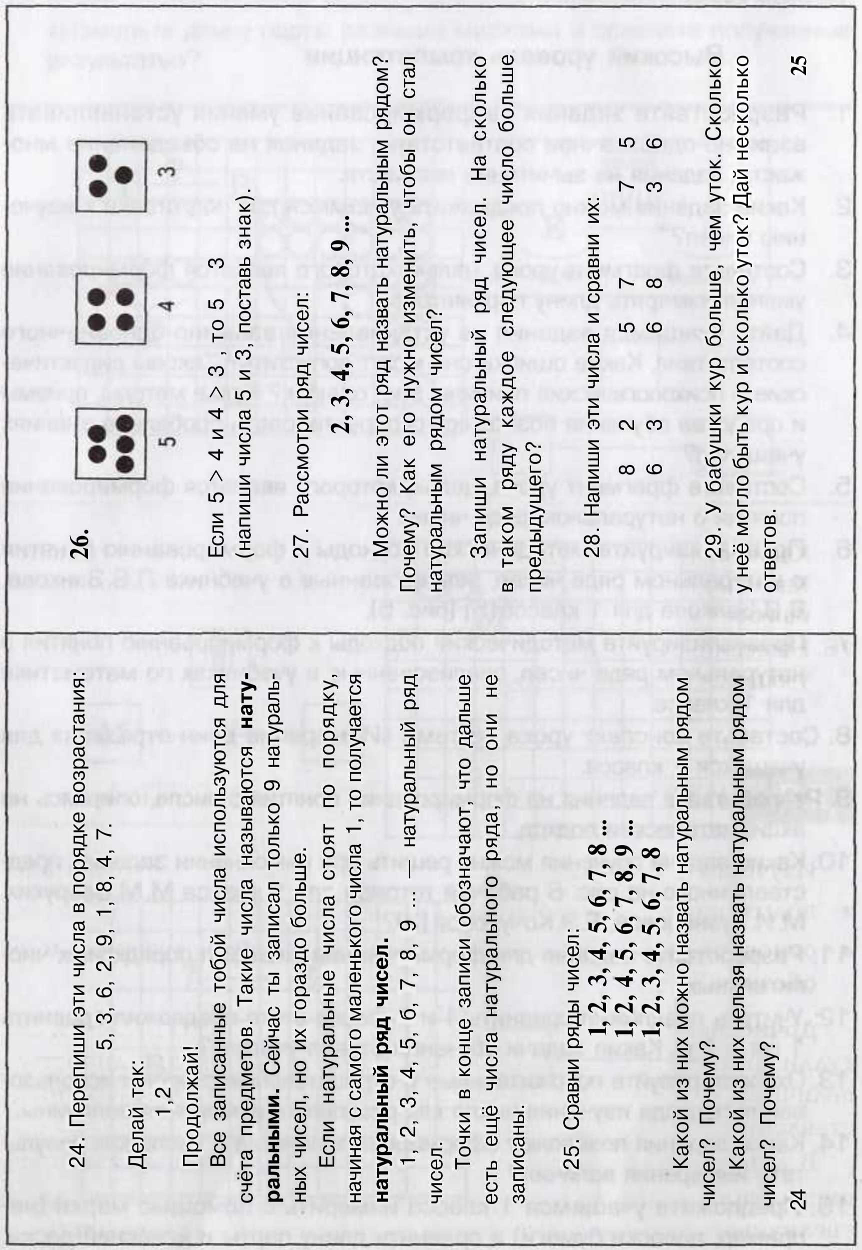
14. Подберите задания, позволяющие учащимся получить представления о свойствах натурального ряда чисел.
15. Расскажите о подходе к формированию понятия о числе, как результате измерения длины.

Высокий уровень компетенции

1. Разработайте задания на формирование умения устанавливать взаимно-однозначное соответствие, задания на объединение множеств, задания на вычитание множеств.
2. Какие задания можно предложить учащимся для подготовки к изучению чисел?
3. Составьте фрагмент урока, целью которого является формирование умения измерять длину параметров.
4. Дайте учащимся задания на установление взаимно-однозначного соответствия. Какие ошибки они могут допустить? Каковы дидактические и психологические причины этих ошибок? Какие методы, приемы и средства обучения позволяют скорректировать пробелы в знаниях учащихся?
5. Составьте фрагмент урока, целью которого является формирование понятия о натуральном ряде чисел.
6. Проанализируйте методические подходы к формированию понятия о натуральном ряде чисел, реализованные в учебнике Л.В.Занкова, В.В.Занкова для 1 класса [5] (рис. 5).
7. Проанализируйте методические подходы к формированию понятия о натуральном ряде чисел, реализованные в учебниках по математике для 1 класса.
8. Составьте конспект урока по теме «Измерение длин отрезков» для учащихся 1 класса.

Э. Разработайте задания на формирование понятия о числе, опираясь на аксиоматический подход.

10. Какие задачи обучения можно решить при выполнении задания, представленного на рис. 6 рабочей тетради для 1 класса М. М. Безруких, М.И.Кузнецовой, Е.Э.Кочуровой [3]?
11. Разработайте задания для формирования знаний о порядковых числительных.
12. Учитель предложил сравнить 1 и 1, после этого предложил сравнить 1 см и 1 м. Какие задачи обучения ставил учитель?
13. Охарактеризуйте положительные и отрицательные стороны использования подхода изучения числа как результата измерения величины.
14. Какие задания позволяют сформировать понятие о числе как результате измерения величин?
15. Предложите учащимся 1 класса измерить с помощью мерки (например, полоски бумаги] и сравнить длину парты и классной доски.



24. Перепиши эти числа в порядке возрастания:
5, 3, 6, 2, 9, 1, 8, 4, 7.

Делай так:
1,2

Продолжай!

Все записанные тобой числа используются для счёта предметов. Такие числа называются **натуральными.** Сейчас ты записал только 9 натуральных чисел, но их гораздо больше.

Если натуральные числа стоят по порядку, начиная с самого маленького числа 1, то получается **натуральный ряд чисел.**

1, 2, 3, 4, 5, б, 7, 8, 9 ... — натуральный ряд чисел.

Точки в конце записи обозначают, что дальше есть ещё числа натурального ряда, но они не записаны.

25. Сравни ряды чисел:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ...
1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ...
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Какой из них можно назвать натуральным рядом чисел? Почему?

Какой из них нельзя назвать натуральным рядом чисел? Почему?

24

26.

5 4 3

Если 5 > 4 и 4 > 3 , то 5 3
(напиши числа 5 и 3, поставь знак).

27. Рассмотри ряд чисел:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ...

Можно ли этот ряд назвать натуральным рядом? Почему? Как его нужно изменить, чтобы он стал натуральным рядом чисел?

Запиши натуральный ряд чисел. На сколько в таком ряду каждое следующее число больше предыдущего?

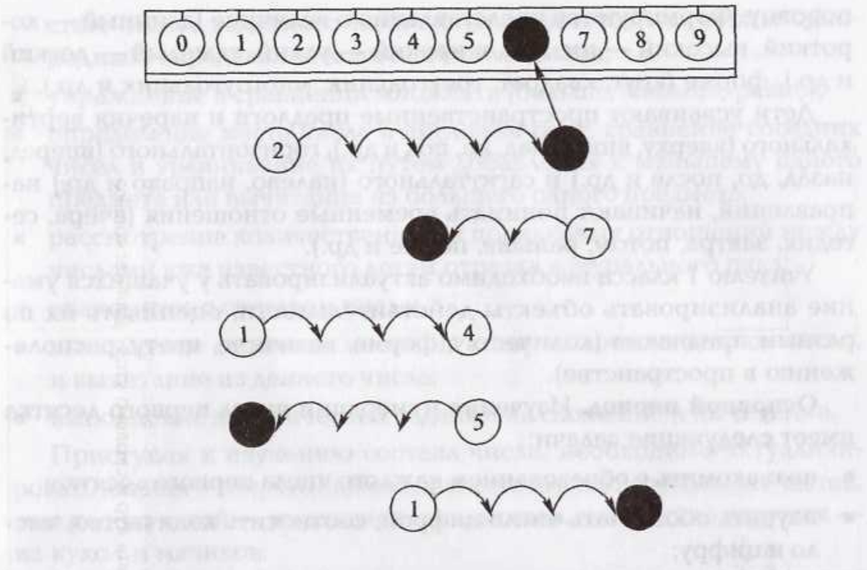
28. Напиши эти числа и сравни их:

8	2	5	7	7	5
6	3	6	8	3	6

29. У бабушки кур больше, чем уток. Сколько у неё могло быть кур и сколько уток? Дай несколько ответов.

25

Рис. 5



Какие ошибки могут допустить учащиеся? В чем причина ошибок? Какие можно применить способы предупреждения и преодоления этих ошибок?

16. Напишите реферат на тему «Способы формирования понятия числа у учащихся начальной школы».

2.2. ИЗУЧЕНИЕ ЧИСЕЛ ПЕРВОГО ДЕСЯТКА

Изучение нумерации чисел первого десятка включает два этапа:

- подготовительный (дочисловой) период;
- основной период (ознакомление с каждым из десяти чисел и их обозначением).

Дочисловой период. Задачей дочислового периода является актуализация полученных до школы представлений о количестве, величине, форме, а также пространственных и временных представлений.

В дошкольный период дети учатся давать количественную оценку предметам окружающего пространства (много, мало, один), увеличивать и уменьшать количество предметов, раскладывать их поровну. Формируются представления о величине (длинный — короткий, высокий — низкий, широкий — узкий, тяжелый — легкий и др.), форме (круг, квадрат, треугольник, многоугольник и др.).

Дети усваивают пространственные предлоги и наречия вертикального (вверху, внизу, над, на, под и др.), горизонтального (вперед, назад, до, после и др.) и сагиттального (налево, направо и др.) направлений, начинают понимать временные отношения (вчера, сегодня, завтра, потом, раньше, позже и др.).

Учителю 1 класса необходимо актуализировать у учащихся умение анализировать объекты действительности, оценивать их по разным признакам (количеству, форме, величине, цвету, расположению в пространстве).

Основной период. Изучение нумерации чисел первого десятка имеет следующие задачи:

- познакомить с образованием каждого числа первого десятка;
- научить обозначать число цифрой, соотносить количество, число и цифру;
- сформировать умения считать в пределах десяти;
- научить определять место числа в натуральном ряду чисел;
- познакомить с количественным и порядковым значением числа;
- научить выполнять сравнение чисел, познакомить со знаками <,

- изучить состав чисел.

Формирование представлений о каждом числе включает следующие виды деятельности:

- повторение ранее изученных чисел;
- знакомство с образованием нового числа (путем присчитывания одной единицы к предшествующему числу);
- пересчет предметов с интонационным выделением последнего числа и пояснением, что последнее число при счете называет количество элементов множества;

а обозначение полученного числа предметов цифрой, обучение написанию цифры;

и демонстрация образования числа двумя способами — прибавлением единицы к предыдущему и вычитанием единицы из последующего;

- подбор к данному числу соответствующего количества предметов, т. е. организация практической деятельности учащихся по поиску изучаемого числа предметов в окружающем простран-

стве; отсчет заданного количества предметов из группы однородных; определение количества элементов;

- упражнение в сравнении множеств (больше, меньше, равно);
- определение места числа в числовом ряду, сравнение соседних чисел и уравнивание их путем добавления к меньшему одного предмета или вычитания из большего одного предмета;
- рассмотрение количественных и порядковых отношений между числами уже известного детям отрезка натурального ряда;
- знакомство с составом числа;
- выполнение сложения чисел, из которых состоит данное число, и вычитание из данного числа;
- выполнение практических заданий на сложение и вычитание.

Приступая к изучению состава числа, необходимо актуализировать знания о том, что любое множество может состоять из частей: множество детей — из девочек и мальчиков, множество игрушек — из кукол и мячиков.

Нужно объяснить, что число можно представить в виде суммы натуральных чисел, научить применять знания о составе числа при решении арифметических примеров.

Состав чисел усваивается учащимися при объединении двух предметных совокупностей, а также при разложении предметной совокупности на две группы и определении количества предметов в каждой группе.

Для изучения состава числа, например состава числа 2, удобно использовать известный и распространенный прием: взять два круга, имеющих с одной стороны синий цвет, а с другой желтый, показать учащимся два крута синего цвета, посчитать их количество и обозначить цифрой 2. После этого нужно перевернуть один круг другой, желтой стороной. Определив, что общее количество кругов **не** изменилось (ни одного круга не убрали, не добавили), следует обратить внимание учащихся, что множество кругов из двух элементов состоит из одного синего и одного желтого круга, рядом с каждым кругом записать цифру 1 (рис. 7).

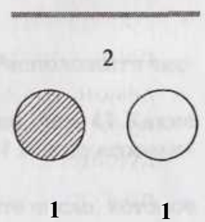


Рис.7

Затем необходимо подвести итог: число 2 состоит из чисел 1 и 1. Нельзя ограничиться рассмотрением единственного примера, нужно продемонстрировать состав числа 2 на разнообразном наглядном материале. Далее следует показать, как знания о составе числа можно использовать при выполнении сложения и вычитания.

При изучении чисел первого десятка важную роль играет подбор наглядного материала и выполнение предметно-практических действий с ним. Можно использовать следующие наглядные пособия:

- предметы для счета: геометрические фигуры разного цвета и размера, геометрические тела (соединенные вместе, например, 10 шариков на веревочке, и по одному), палочки, предметы окружающего мира (реальные предметы, их макеты и предметы на картинках), счеты;
- карточки с цифрами и знаками;
- таблицы правильного начертания цифр;
- карточки с цифрами и соответствующим числом изображенных на них предметов;
- карточки с числовыми фигурами (рис. 8);

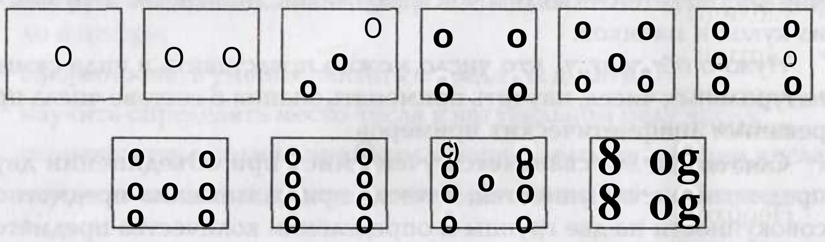


Рис. 8

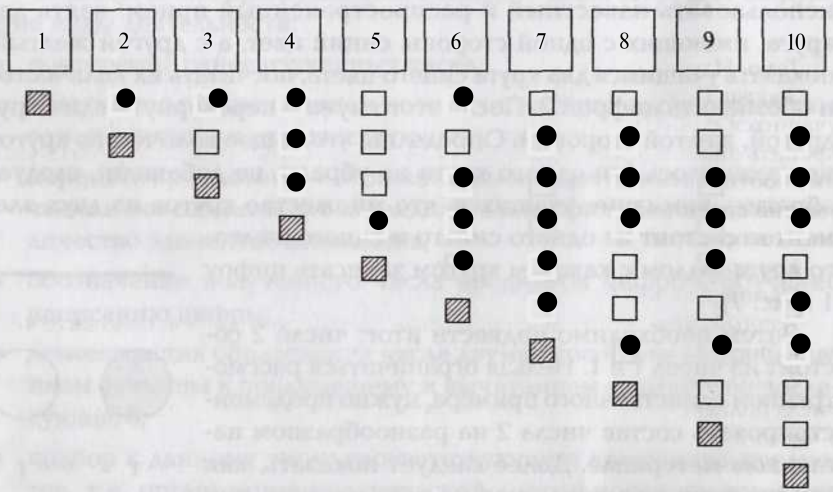


Рис. 9

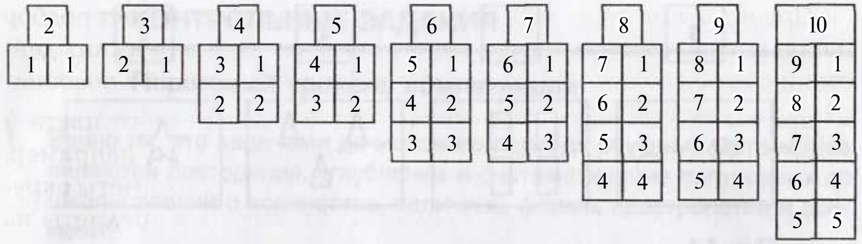


Рис. 10

- полоска с числами от 1 до 10;
- плакат с числами от 1 до 10 и их количественным изображением (рис. 9);
- полоска длиной 1 дм, имеющая деление на сантиметры;
- таблицы состава числа (рис. 10);
- картинки с иллюстрациями к арифметическим задачам;
- картинки с изображением как однородных, так и разнородных предметов, объединенных сюжетом;

к монетная касса.

Необходимо подбирать наглядные пособия, которые соответствуют целям и задачам урока.

Фрагмент урока

Тема. Изучение числа 5.

Задачи. Повторить образование и состав чисел в пределах 4; познакомить учащихся с образованием числа 5, цифрой 5; изучить состав числа 5; закрепить знания о последовательности натуральных чисел; закрепить умение соотносить количество, число и цифру в пределах 5; сформировать умение сравнивать числа в пределах 5, выполнять сложение и вычитание чисел в пределах 5.

Ход урока.

Организационный момент. Проверка готовности.

Устный счет. 1. Соотнесите число и цифру (рис. 11). Расположите числа по порядку от меньшего к большему.

2. Поднимите нужные карточки. Какие числа меньше, чем 4? Какие числа больше, чем 1? Какое число меньше 4, но больше 2? Какие «соседи» у числа 3.

3. Назовите число, которое меньше, чем 4, на 1. Назовите число, которое больше, чем 3, на 1.

4. Найдите «дом» для чисел 2, 3 и 4 (рис. 12). Объясните свой выбор.

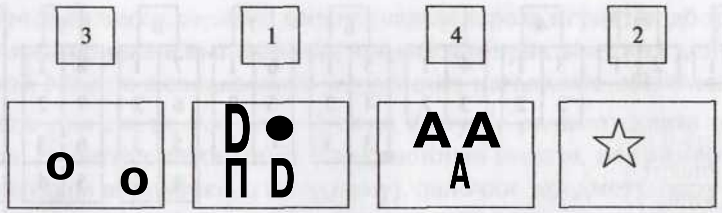


Рис. 11

5. На катке катались две девочки и один мальчик. Сколько детей катались на катке?

6. У Кати было 4 конфеты, 1 конфету она дала Тане. Сколько конфет осталось у Кати? Сколько конфет должна была Катя дать Тане, чтобы у девочек стало конфет поровну?

Актуализация знаний. Назовите числа от 1 до 4. Как получить число 2? (К 1 добавить 1.) Как получить число 3? (К 2 добавить 1.) Какое число получится, если к 3 добавить 1?

Усвоение новых знаний. Сегодня мы 4 увеличим на 1. Возьмем 4 красных круга и 1 синий круг. Пересчитаем все круги: один, два, три, четыре, пять. Всего пять кругов. Если к 4 добавить 1, получается 5. Общее количество кругов 5. Число 5 записывается цифрой 5. Давайте определим, из каких чисел состоит число 5. На доске 5 кругов, из них 4 красных и 1 синий. Значит, 5 — это 4 и 1. Изменим количество красных и синих кругов. Синих возьмем больше, чем было, — 2, а красных нужно взять меньше, чем было, — 3. Общее количество кругов не изменилось. Значит, 5 состоит из 3 и 2.

Применение полученных знаний. Найдите в кабинете 5 предметов. Возьмите 5 квадратиков и столько же треугольников. Возьмите нужную цифру. Уменьшите количество треугольников на 1. Сколько стало треугольников? Возьмите нужную цифру. Как получилось число 4? (От 5 отняли 1.) Каких фигур стало больше? На сколько 5 больше, чем 4? Каких фигур стало меньше? На сколько 4 меньше, чем 5?

Продолжение урока. Работа по учебнику и в тетради.

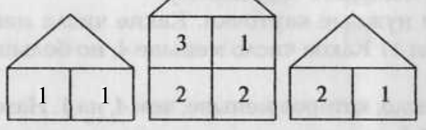


Рис. 12

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Верно ли, что задачами дочислового периода обучения математике являются повторение, углубление и систематизация полученных до школы знаний о количестве, величине, форме, пространстве и времени?
2. Расположите задания от простого к сложному.
   А. Рассмотрите ритмичный узор в клеточках и найдите ошибку.
   Б. Продолжите узор.
   В. Составьте узор, чередуя наклонные линии из правого верхнего угла клетки к левому нижнему углу клетки и из левого верхнего угла клетки к правому нижнему углу.
3. Рассмотрите задания, представленные в различных учебниках по математике для учащихся 1 класса начальной школы. Выберите задания, которые формируют у детей количественные представления, пространственные представления, представления о величине.
4. Верно ли, что задание «Определи, что находится выше, что ниже, что слева, что справа» направлено на формирование пространственных представлений?
5. Являются ли подготовкой к изучению натурального ряда чисел задания: «Определите, кто на рисунке стоит впереди, кто слева от дерева, кто справа от дома, кто за скамейкой»?
6. Сделайте демонстрационные пособия к заданиям по устному счету для представленного выше фрагмента урока.
7. Верно ли утверждение: «На подготовительном этапе изучения состава числа нужно актуализировать знания о том, что два множества можно объединить»?
8. Учитель предложил задание: «Я буду на доску выкладывать каждый раз по одному кружку, вы будете показывать карточки с цифрами, обозначающими число кружков». Учитель выкладывает один кружок, учащиеся показывают карточку с цифрой 1, затем — второй кружок, учащиеся показывают карточку с цифрой 2 и т.д. Какие знания, умения и навыки формируются у учащихся? Выберите правильные ответы:
   а) представление о количественном значении числа;
   б) представление о порядковом значении числа;
   в) знание состава чисел;
   г) представление о принципе образования каждого следующего натурального числа;
   д) понятия о числе и цифре.
9. На доске размещены кружки разного цвета. Учитель предлагает учащимся вести счет кружков сначала с первого синего, затем с послед-

него красного. Потом считать, используя слова: «первый», «второй» и т.д. Верно ли, что это задание направлено на закрепление знаний о том, что:

а) количественный счет можно проводить, начиная с любого предмета;

б) количественное и порядковое значения числа взаимосвязаны;

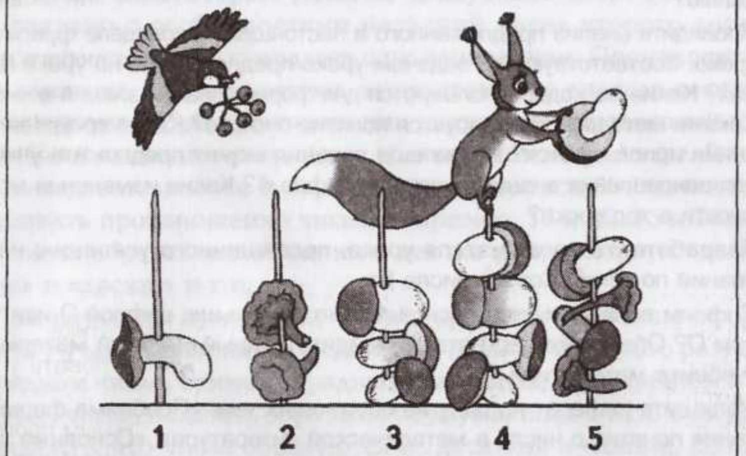
в) нельзя пропускать при счете ни одного предмета и называть дважды один и тот же предмет?

Продвинутый уровень компетенции

1. Какие этапы включает изучение чисел первого десятка?
2. Назовите задачи дочислового периода обучения математике.
3. Какие дочисловые представления необходимо сформировать у учащихся 1 класса?
4. Что предлагается изучать в дочисловом периоде по разным программам для начальной школы? Какие дидактические игры и игровые упражнения предлагается использовать? Какие в соответствующих учебниках предлагается сформировать количественные, пространственные, временные представления, представления о форме и величине? Как раскрывается в учебниках программное содержание дочислового периода?
5. Рассмотрите задания дочислового периода, предлагаемые в учебниках математики для 1 класса. Какие задания наиболее простые? Какие задания наиболее сложные? Зависит ли сложность задания от количества предметно-практических и аналитических операций, необходимых для его выполнения?
6. Назовите задачи обучения числам первого десятка.
7. Какие виды заданий предлагаются для формирования представления о числе?
8. Рассмотрите различные учебники для 1 класса по математике. Определите, какой учебный материал предшествует изучению числа и цифры 4, какие задания позволяют подготовить учащихся к ознакомлению с новым числом.
9. Рассмотрите различные учебники для 1 класса по математике. Определите, какие знания предлагается сформировать у учащихся перед знакомством с цифрой и числом 6.
10. Какие наглядные средства используются для формирования знаний о числах первого десятка?

Высокий уровень компетенции

1. Сравните содержание дочислового периода программ по математике начальной школы. Какие математические понятия предлагается



Используя рисунок, сравни числа 1 и 2; 2 и 3; 3 и *4*; *4* и 5; 2 и 4.

Как можно получить числа *2*, 3, 4, 5?

Рис. 13

сформировать у учащихся? Какие операции предлагается выполнять? В чем особенность каждой программы при изучении данной темы? В какой программе представлен больший объем учебного материала дочислового периода?

2. Используя программу и учебник математики, спланируйте систему уроков дочислового периода. Сформулируйте цель и задачи каждого урока.
3. Разработайте задания разных уровней сложности, позволяющие закрепить, систематизировать и обобщить представления о форме и величине.
4. Разработайте задания разных уровней сложности для повторения и закрепления пространственных и временных представлений.
5. Составьте фрагмент урока, направленного на углубление и обобщение количественных представлений.
6. Проведите сравнительный анализ программ по математике для 1 класса. Охарактеризуйте последовательность изучения тем, направленных на знакомство с числом.
7. Определите задачи выполнения задания, приведенного в учебнике для 1 класса по математике М.И.Моро, С.И.Волковой, С.В.Степановой

(ч. 1] [13] с. 35 (рис. 13). Какие задания можно предложить с той же целью?

8. Проведите анализ предложенного в настоящем подразделе фрагмента урока. Соответствуют ли задачам урока предлагаемые на уроке задания? Какие подходы используются для формирования знаний о числе? Какими методами формируется понятие о числе? Какие средства обучения используются? Какие еще задания может предложить учитель для закрепления знаний о числе и цифре 4? Какие изменения можно внести в ход урока?
9. Разработайте проект этапа урока, посвященного усвоению новых знаний по теме «Состав числа 5».
10. С каким понятием учащиеся знакомятся раньше: цифрой 0 или числом 0? Обоснуйте свой ответ. Найдите данный учебный материал в учебнике математики.
11. Напишите реферат на одну из следующих тем: «Проблема формирования понятия о числе в методической литературе»; «Основные трудности при изучении нумерации чисел первого десятка»; «Особенности использования наглядных средств при обучении нумерации чисел первого десятка»; «Организация индивидуального и дифференцированного подхода при изучении нумерации чисел первого десятка».

2.3. ИЗУЧЕНИЕ НУМЕРАЦИИ ЧИСЕЛ ПЕРВОЙ СОТНИ

Задачи изучения нумерации чисел первой сотни следующие:

- научить считать в пределах ста;
- сформировать умение записывать и читать числа первой сотни, понимать поместное значение цифр в числе;
- научить присчитывать и отсчитывать по 1, по 10 и равными числовыми группами (по 2, 5, 20);
- сформировать знания о месте чисел первой сотни в натуральном ряду чисел, закрепить знания о свойствах натурального ряда чисел;
- сформировать умение пользоваться порядковыми числительными;
- сформировать понятие о разряде;
- сформировать знания о десятичном составе числа, умения разложить число на разрядные слагаемые и составить число из разрядных слагаемых;
- научить сравнивать числа.

Знакомство с нумерацией первой сотни предполагает два этапа: 1) изучение чисел второго десятка; 2) изучение чисел от 21 до 100. Это связано с особенностями названий чисел второго десятка. Их произношение не совпадает с их написанием. Произносят сначала единицы, а затем десятки, записывают же вначале десятки, а затем единицы. При произношении двузначных чисел после числа 20 сначала называют разрядные десятки, потом единицы. В такой же последовательности и осуществляется запись. Учащиеся могут смешивать произношение чисел, например, 17 и 70, 15 и 50 и т.п. Эти числа образованы от одних и тех же слов: «семь» и «десять», «пять» и «десять» и т. п.

При изучении нумерации чисел в пределах ста важно сформировать у учащихся понятие о единицах первого и второго разрядов, разрядном числе, сумме разрядных слагаемых, однозначном и двузначном числе, показать образование двузначных чисел. Они должны усвоить, что числа образуются из десятков и единиц, познакомиться с алгоритмами сложения и вычитания, основанными на знании нумерации чисел. Кроме того, продолжается изучение уже известного учащимся образования числа на основе прибавления и вычитания единицы.

Нумерация чисел предполагает выполнение следующих заданий:

- чтение чисел;
- запись числительных;
- восстановление прерванной цепочки натурального ряда чисел, (например, 34, 35,..., 37,..., ...,..., 42);
- анализ числа (сколько в числе всего десятков и единиц, сколько разрядных десятков и единиц, какое число состоит из данного количества десятков и единиц, что означает каждая цифра в двузначном числе);
- сравнение однозначного и двузначного числа, сравнение двузначных чисел между собой;
- прибавление и вычитание единицы, решение примеров вида: 12+1=..., 14-1=...;
- нахождение суммы разрядных слагаемых, вычитание разрядных слагаемых, запись числа в виде суммы разрядных слагаемых. Решение примеров вида: 50 + 3 = ..., 12-2 = ..., 12-10=..., 16=... + ...

Изучается устная и письменная нумерация. Под устной (словесной) нумерацией понимается способ называния каждого натурального числа с помощью имен числительных. Письменной нумерацией называют способ записи каждого натурального числа. Устная и письменная нумерация двузначных чисел опирается на десятичную группировку чисел при счете и на принцип поместного значения цифр при записи чисел, т. е. каждая цифра на письме имеет двоякое значение: одно в связи с начертанием, другое в связи с занимаемым местом. Например, 44: 4 на первом месте (справа налево) обозначает число единиц, на втором — число десятков.

Предлагаются две последовательности изучения чисел первой сотни. В программе М.И.Моро с соавторами рекомендуется сначала познакомить учащихся с числами второго десятка, потом с разрядными десятками и числами в пределах ста. По программам Н. Б. Истоминой и Л. Г. Петерсон нужно начать изучение чисел первой сотни с разрядных десятков, потом перейти к работе с числами второго десятка и далее — к числам от 20 до 100.

Изучение двузначных чисел начинается с формирования понятия о новой счетной единице — 1 десяток. Для этого целесообразно использовать наглядное средство, которое должно представлять собой десять предметов, соединенных вместе в единое целое, например, 10 палочек, связанных в пучок (наиболее удобное наглядное средство); 10 геометрических фигур, нарисованных на одном листе бумаги (10 кругов в треугольнике, 10 фигур в полосе и др.); 10 бусинок на шнуре; изображение упаковки десятка яиц и др. На данном этапе используются единицы длины 1 дм как новая счетная единица. Демонстрируются дециметр, разделенный на сантиметры; метр, разделенный на дециметры.

Предлагается отсчитать 10 палочек, завязать их в пучок. Затем ведется счет десятками. Учащимся показывают, что можно считать десятки так же, как и единицы.

Устная нумерация предполагает отработку умения правильно называть разрядные десятки. Числительные «двадцать» и «тридцать» произносятся с использованием старорусского названия десяти — «дцать», т.е. два десятка — два-дцать, три десятка — три-дцать. Числительное «сорок» отличается в произношении от других числительных, обозначающих двузначные числа, это связано с его историческим значением.

При произношении числительных «пятьдесят», «шестьдесят», «семьдесят», «восемьдесят» используется знакомое по звучанию слово «десять», и эти числительные усваиваются учащимися без особых трудностей. Числительное «девяносто» не связано по звучанию с числительным «десять» и его произношение требует особой отработки.

Письменная нумерация основывается на позиционной системе счисления. При обозначении числа устанавливают его десятичный состав. Например, 16 — это 1 десяток и 6 единиц. Единицы записываются на первом, а десятки на втором месте, справа налево. Особое внимание уделяется составу и записи разрядных десятков. Учащиеся должны осознать: нуль обозначает отсутствие единиц в разряде. Для обозначения числа «десять» необходимо поставить цифру 1 в разряд десятков и показать, что есть еще один разряд — единиц, поставив после 1 цифру 0. После этого нужно объяснить, как получаются числа второго десятка. Учитель увеличивает на 1 число 10, учит читать и записывать новое число, давать характеристику его разрядному составу. Далее осуществляется знакомство с каждым следующим числом.

Формирование знаний о нумерации двузначных чисел от 21 до 100 опирается на изученный учебный материал о нумерации чисел в пределах 20. Необходимо, чтобы учащиеся понимали способ их образования по аналогии с образованием уже известных двузначных чисел, умели читать, записывать и сравнивать эти числа. Большое внимание следует уделять десятичному анализу чисел. У учащихся формируются умения составлять число из десятков и единиц, раскладывать его на десятки и единицы. Следует учить различать вопросы «Сколько единиц в числе?» и «Сколько всего единиц в числе?». В первом вопросе речь идет о разрядных единицах, о количестве единиц в разряде единиц. Во втором — об общем количестве единиц. Например, в числе 58 разрядных единиц 8, а всего в этом числе 58 единиц.

Для формирования знаний о нумерации чисел в пределах сотни важно правильно использовать наглядные средства. В методической литературе предлагается организовывать работу со следующими пособиями.

100 палочек, связанных в пучки по 10 штук. Учащимся предлагается пересчитать количество палочек в пучке, количество пучков-десятков, дать название десяткам (например, 4 десятка — сорок), посчитать десятками, взять заданное количество десятков и уменьшить (увеличить) на один десяток, выполнить сложение и вычитание десятков.

Метровая линейка. Демонстрация линейки при формировании знаний о нумерации чисел первой сотни проходит на каждом уроке. Представление о том, что 1 м = 100 см, каждые 10 см составляют 1 дм и 1 м = 10 дм, коррелирует с представлениями учащихся о десятичной системе счисления (в десятке — десять единиц, а в сотне — десять десятков). Предлагаются задания на преобразование единиц длины, выражение их в более мелких и крупных мерах.

«Лента ста». Наглядное средство представляет собой полоску бумаги длиной 100 см, разделенную на десять равных частей — дециметров, каждая из которых также разделена на десять равных частей — сантиметров.

В отличие от линейки лента может сгибаться на дециметровых отметках, что позволит отчетливей показать, сколько десятков в сотне.

Используя ленту, демонстрируют, что в разряде единиц числа увеличиваются до наибольшего количества единиц — 9, после уже увеличивается количество десятков. Предлагают задания для закрепления знаний о свойствах натурального ряда чисел.

10 полос, разделенных на 10 равных квадратов. Работа с использованием данного наглядного средства проходит аналогично работе с палочками, связанными в пучки.

Монетная доска. Для закрепления знаний о десятичном составе удобно использовать денежные купюры. Демонстрируется, что десять монеток достоинством 1 р. соответствуют одной купюре достоинством 10 р., а десять купюр по 10 р. соответствуют одной купюре достоинством 100 р. Предлагается пересчитать количество монет, количество десятирублевых купюр; определить, что, например, три десятирублевые купюры — это тридцать рублей; выполнить сложение и вычитание десятирублевых купюр, разбить сторублевую купюру по десять рублей, а десятирублевую купюру на рубли.

Таблица разрядов. Таблица (рис. 14) имеет три кармана с надписями: «сотни», «десятки», «единицы» (можно под ними сделать иллюстрации). В соответствующие карманы вставляют карточки с цифрами, которые обозначают количество десятков и единиц в числе. Учащийся должен прочитать число, записанное с помощью карточек с цифрами, и самостоятельно поставить карточки с нужными цифрами в соответствующие карманы так, чтобы получилось заданное число.

Работа по таблице проводится для разъяснения поместного значения цифр и показа записи чисел.

Плакат с числами от 1 до 20. На плакате в первом ряду написаны однозначные числа, начиная с 1, и число 10, во втором ряду — двузначные числа, начиная с 11, так, чтобы разряд единиц в числах второго ряда находился под единицами первого ряда (рис. 15). Такое пособие позволяет показать, что двузначные числа, так же как и однозначные, увеличиваются на единицу, повторяя при этом последовательность единиц. Проводится работа на сравнение однозначного и двузначного числа. Это наглядное средство можно

также использовать для закрепления знаний о свойствах натурального ряда чисел.

Плакат с единицами и разрядными десятками. На плакате в первом ряду написаны однозначные числа начиная с 1, во втором ряду — разрядные десятки от 10 до 90 (рис. 16). Данное наглядное средство помогает закрепить навыки письменной нумерации двузначных чисел, запомнить место разрядов. Учащимся предлагается читать числительные по этой таблице парами: два — двадцать, три — тридцать и т. д.

Карточки с разрядными числами. Нуль в разрядных десятках закрывается карточкой с определенной цифрой, обозначающей число единиц (рис. 17).

Задания с использованием данного наглядного средства позволяют формировать знания о разрядных слагаемых, учить заменять число суммой разрядных слагаемых. Составляя заданные числа с помощью таких карточек, учащиеся усваивают состав двузначного числа.

Таблица с числами от 1 до 100. Таблица состоит из 10 рядов чисел, первый ряд содержит числа от 1 до 10, каждый последующий ряд — числа следующего десятка (рис. 18). Числа записываются так, чтобы десятки были под десятками, а единицы — под единицами. Предлагаются задания: назвать все разрядные десятки; «соседей» числа; число, которое стоит между указанными числами; число, в котором, например, 5 десятков и 4 единицы; числа, например, от 35 до 42, от 53 до 48; число на единицу больше (меньше) данного; чис-

Рис. 14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Рис. 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Рис. 16

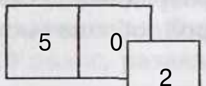


Рис. 17

1	2	...	10
11	12	...	20
...	...	...	...
91	92	...	100

Рис.18

ло на десяток больше (меньше) данного; числа больше и меньше данного; сравнить все числа одного ряда; сравнить все числа в одном столбике.

Следует отметить, что для усвоения знаний по нумерации чисел учащимся требуется длительное время, поэтому очень важно давать задания по устной и письменной нумерации при изучении темы «Сложение и вычитание двузначных чисел» на этапе устного счета на каждом уроке.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Сделайте демонстрационные пособия для изучения нумерации чисел в пределах 100.
2. Верно ли, что в основе вычислительных приемов вида 30+5; 30+1; 30-1 лежат знания о нумерации двузначных чисел?
3. Верно ли, что для решения примеров вида 10+5; 25-5 необходимо знать нумерацию чисел в пределах ста, уметь заменять число суммой разрядных слагаемых?
4. Выберите задания из учебника математики для 2 класса, которые направлены на изучение нумерации чисел в пределах 100.

Продвинутый уровень компетенции

1. Назовите задачи обучения нумерации чисел первой сотни.
2. Какие знания необходимо сформировать у учащихся о нумерации чисел первой сотни?
3. В какой последовательности предлагается изучать нумерацию чисел первой сотни по разным программам математики начальной школы?
4. При изучении нумерации в пределах сотни выделяются два этапа: сначала изучается нумерация чисел от 11 до 20, а затем — от 21 до 100. Какими причинами обусловлен такой порядок изучения нумерации?
5. Составьте для учащихся рассказ о происхождении слов «сорок» и «девяносто», о том, как возникла письменная нумерация, римская нумерация.
6. Опишите методику изучения нумерации чисел от 11 до 20.
7. Опишите методику изучения нумерации чисел от 21 до 100.
8. Приведите примеры заданий по теме «Нумерация чисел первой сотни».
9. Какие наглядные средства используются при изучении нумерации чисел первой сотни? Дайте характеристику наглядным пособиям: на решение каких задач направлены, какие задания можно предложить выполнить при работе с ними, на каком этапе ознакомления с нумерацией они используются.
10. Выпишите из учебника для 2 класса по математике задания разных видов, направленные на изучение нумерации чисел первой сотни.

Высокий уровень компетенции

1. Разработайте задания для формирования, закрепления и повторения знаний о нумерации чисел от 11 до 20 и 21 до 100.
2. Разработайте конспект урока на тему «Нумерация чисел второго десятка» по учебнику математики для 1 класса.
3. Разработайте конспекты уроков на темы «Нумерация чисел первой сотни», «Класс единиц», «Четные и нечетные числа», «Счет разрядными десятками».
4. Проведите анализ программы по математике. В какой последовательности предлагается изучать нумерацию чисел от 11 до 100? Какие знания по данной теме предлагается формировать? Составьте почасовое планирование уроков для I четверти 2 класса.

2.4. ИЗУЧЕНИЕ НУМЕРАЦИИ ЧИСЕЛ В ПРЕДЕЛАХ ТЫСЯЧИ

При изучении нумерации чисел в пределах тысячи ставят следующие задачи:

- сформировать у учащихся понятие о сотне как новой счетной единице;
- познакомить учащихся с десятичным составом чисел в пределах тысячи, названиями разрядов и их соотношением (каждые 10 единиц одного разряда составляют единицу следующего высшего разряда);
- научить заменять число суммой разрядных слагаемых и записывать число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых;
- научить записывать и читать числа первой тысячи, понимать поместное значение цифр в числе;
- сформировать знания о месте чисел первой тысячи в натуральном рядучисел, закрепить знания о свойствах натурального ряда чисел;
- научить сравнивать числа.

Ниже приведена последовательность изучения нумерации чисел:

1) счет разрядными сотнями в пределах тысячи, обозначение разрядных сотен цифрами, образование нового разряда (например: .... 300, 400, 500, ...);

2) счет сотнями и десятками, образование чисел из сотен и десятков (например: ..., 320, 330, 340, ...);

3) счет сотнями, десятками и единицами, образование чисел из сотен, десятков и единиц (например: ..., 231, 232, 233, ...);

4) письменная нумерация в пределах тысячи;

5) закрепление знаний о последовательности натурального ряда чисел;

6) закрепление знаний о нумерации в процессе изучения арифметических действий на каждом уроке.

Устная и письменная нумерация чисел предполагает выполнение следующих заданий:

- чтение чисел;
- запись числительных;
- восстановление прерванной цепочки отрезка натурального ряда чисел (например: 194, 195,..., 197.......,...,..., 202;
- анализ числа (сколько в числе всего сотен, десятков и единиц, сколько разрядных сотен, десятков и единиц; какое число состоит из данного количества сотен, десятков и единиц; что означает каждая цифра в трехзначном числе);
- сравнение трехзначных чисел, трехзначного и двузначного чисел;
- прибавление и вычитание единицы, десятка, сотни, решение примеров вида:

900+ 100 = ..., 1000-100=..., 840+ 100 = ..., 840-100=..., 546+100=..., 546-100 = ..., 900 + 10=..., 900-10=..., 840 + 10 = ..., 840-10=..., 546+10 = ..., 546-10=..., 900+ 1 = ..., 900-1 = ..., 840+ 1 = ..., 840-1 = ..., 546+1 = ..., 546-1 = ...;

- нахождение суммы разрядных слагаемых, вычитание разрядных слагаемых, запись числа в виде суммы разрядных слагаемых, решение примеров вида:

500 + 30 + 6=..., 682 = ... + ... + ..., 346-300 = ..., 346-40 = ..., 346-6 = ..., 500 + 30 = ..., 680 = ... + ..., 340-300=..., 340-40=..., 500 + 6=..., 602=... + ..., 306-300=..., 306-6=...

Для изучения устной нумерации используются различные наглядные средства, позволяющие сформировать и закрепить умение считать сотнями; сотнями и десятками; сотнями, десятками и единицами: палочки, связанные в пучки по 10 и по 100; счеты; 10 квадратов, разделенных на 100 клеточек; «лента тысяч» (выполняется аналогично «ленте ста», см. подразд. 2.3) и др.

На счетах учащимся показывают, что каждые десять единиц (косточек) образуют новую счетную единицу — десяток (косточка на следующей проволоке), а десять десятков (косточек на проволоке для десятков) образуют новую счетную единицу — сотню (откладывается одна косточка выше), десять сотен — тысячу (еще одна косточка на следующей проволоке).

Можно использовать своеобразный абак, представляющий собой таблицу, разделенную на три графы, которые соответствуют разрядам единиц, десятков и сотен. На движках изображены пучки — сотни, пучки — десятки и отдельные палочки. С помощью движков можно продемонстрировать любое трехзначное число.

Наиболее целесообразно использовать наглядные средства, позволяющие показать взаимосвязь образования однозначного, двузначного и трехзначного чисел, проанализировать их сходство и различия. Для этого можно использовать таблицу (рис. 19), в которой девять столбиков с числами, в каждом столбике написаны раз-

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900
1000								

Рис. 19

рядные единицы, десятки, сотни (разряд под разрядом). Предлагается прочитать числа в каждом ряду, определить, какими единицами счета ведется счет в первом, втором и третьем рядах, прочитать числа в столбике, сравнить их.

Продолжить закрепление знаний о натуральном ряде чисел и распространить имеющиеся знания о нем на работу с числами в пределах тысячи можно с помощью «ленты тысяч». Учащимся предлагают посчитать от заданного до заданного числа. Эти задания включают счет с переходом к новому разряду (от 378 до 382, от 496 до 503, от 563 до 558, от 704 до 696 и т.п.). Отрабатывается счет равными группами (десятками, пятерками, двадцатками, сотнями и пр.). Предлагается увеличить и уменьшить заданное число на единицу, десяток, сотню.

Можно предложить назвать наибольшее (наименьшее) трехзначное число, наибольшее (наименьшее) двузначное и однозначное числа. Закрепление знаний о десятичном составе чисел осуществляется при выполнении заданий на сравнение величин (например, сравни 340 см и 3 м 4 дм и т.п.), преобразование чисел, полученных при измерении (например, вырази в более крупных мерах 334 см) и т.п.

Наглядными средствами на этапе ознакомления с письменной нумерацией служат карточки с цифрами, таблица разрядов, карточки с разрядными сотнями, десятками и единицами.

Для формирования умения представлять трехзначные числа в виде суммы разрядных слагаемых можно использовать карточки с разрядными сотнями, десятками и единицами. Например, учащиеся берут карточки с числами 700, 50 и 9, накладывают на разряды десятков и единиц числа 700 карточку с числом 50, а затем карточку с числом 9 (рис. 20). Получают число 759. Можно дать и обратное задание: разложить число на разрядные числа.

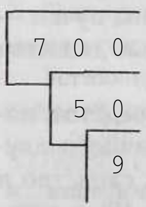


Рис. 20

Использование таких карточек позволяет предупредить ошибки при записи чисел, в которых единицы одного разряда равны нулю. Предлагается составить число из разрядных сотен и десятков (например, с помощью карточек с числами 800 и 40), из разрядных сотен и единиц (например, из карточек с числами 300 и 5).

Образование трехзначных чисел и их запись иллюстрируют с помощью наглядного пособия — таблицы разрядов (табл. 2).

Таблица 2

Сотни	Десятки	Единицы
3	2	4

Работая с таблицей, можно предложить учащимся выполнить приведенные ниже задания.

Запишите числа 300, 303, 30, 333. Что обозначает цифра 3 в записи этих чисел?

С помощью цифр 3 и 5 запишите однозначные, двузначные, трехзначные числа.

Запишите наибольшее (наименьшее) двузначное (трехзначное) число.

Запишите числа 3, 505, *55,* 555. Сколько цифр потребовалось для записи этих чисел? Сколько различных цифр потребовалось для записи этих чисел?

Отсутствие единиц какого разряда обозначает ноль в записи чисел:

307, 30, 100, 1 000?

Запишите число, содержащее 3 сотни, 2 десятка и 4 единицы.

Фрагмент урока

Тема. Замена числа суммой разрядных слагаемых.

Задачи. Научить заменять число разрядными слагаемыми и составлять число из разрядных слагаемых; закрепить умение читать и записывать числа первой тысячи, знания о поместном значении цифр в числе, соотношении разрядных чисел (каждые 10 единиц одного разряда составляют единицу следующего высшего разряда), о месте чисел первой тысячи в натуральном ряду; закрепить умения выполнять сравнение чисел первой тысячи и арифметические действия с ними.

Устный счет. 1. Прочитайте числа, написанные на карточках, и расположите их от меньшего к большему:

345; 245; 365; 246; 412.

2. Запишите числа: пятьсот двенадцать, девятьсот тридцать, семьсот семьдесят три, двести пять.

3. Увеличьте число 624 на одну единицу; на один десяток; на одну сотню. Сравните полученные числа. Уменьшите число 624 на одну единицу; на один десяток; на одну сотню. Сравните полученные числа.

4. Во сколько раз 400 больше, чет 40? Во сколько раз 3 меньше, чем 300?

5. Запишите число 643 в таблицу разрядов. Что обозначает каждая цифра в этом числе?

6. На дневной сеанс в кинотеатре продали 20 билетов, а на вечерний — в 10 раз больше. Сколько билетов продали на вечерний сеанс?

Актуализация знаний. Учитель предлагает назвать число, в котором 7 сотен, 5 десятков и 9 единиц, взять карточки с числами 700, 50 и 9, положить карточки одну на другую так, чтобы каждое разрядное число встало на свое место (см. рис. 20); просит повторить, сколько сотен, десятков и единиц в числе 759.

Усвоение новых знаний. Сегодня мы будем учиться представлять число как сумму разрядных слагаемых и записывать число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых. Итак, в числе 759 сотен 7 (это число семьсот), десятков 5 (пятьдесят) и единиц 9. Сложим эти числа 700 + 50 + 9 и получим число 759. Мы представили число как сумму разрядных слагаемых и нашли значение данной суммы.

Применение полученных знаний. Что обозначает каждая цифра в числе 571? Какие разрядные числа в числе 571? Возьмите нужные карточки с разрядными числами. Как записать это число в виде суммы разрядных слагаемых?

Запишите число, которое содержит 6 сотен и 7 единиц. Сколько сотен, десятков и единиц в числе 607?

Продолжение урока. Работа по учебнику и в тетради.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Сделайте демонстрационные пособия для изучения нумерации чисел в пределах 1 000.
2. Правильно ли, что при изучении нумерации чисел в пределах 1 000 наиболее целесообразно использовать наглядные средства, позволяющие показать взаимосвязь образования однозначного, двузначного и трехзначного чисел, проанализировать их сходство и различия?
3. Учитель предложил учащимся выразить числа, полученные при измерении, в более крупных мерах. Позволит ли это задание закрепить знания учащихся о десятичном составе чисел?

4. Учитель задал вопрос: «Единицы какого разряда отсутствуют в записи числа 807?» Учащийся ответил, что отсутствуют единицы второго разряда. Правильно ли он ответил?
5. Рассмотрите задания, представленные в учебнике для 3 класса по математике. Выберите задания, которые направлены на изучения нумерации чисел в пределах 1 000.

Продвинутый уровень компетенции

1. Назовите задачи обучения нумерации чисел первой тысячи.
2. В какой последовательности изучают нумерацию чисел в пределах тысячи?
3. Какие задания предлагается выполнить по теме «Нумерация чисел первой тысячи»?
4. Какие наглядные средства используются при изучении нумерации чисел первой тысячи? Дайте характеристику наглядным пособиям: на решение каких задач направлены, какие задания можно предложить выполнить, на каком этапе ознакомления с нумерацией используются данные пособия.
5. Выпишите из учебника для 3 класса по математике задания разного вида, направленные на изучение нумерации чисел первой тысячи.
6. Какие знания и умения необходимы при решении примеров вида: 500+20; 600+8; 634-30; 506-500? Какие подготовительные упражнения предшествуют изучению данного вычислительного приема?

Высокий уровень компетенции

1. Разработайте задания для формирования, закрепления и повторения знаний о нумерации чисел первой тысячи.
2. Проведите анализ предложенного фрагмента урока. Какие задачи урока реализованы в течение устного счета, какие еще предстоит реализовать? Соответствуют ли предлагаемые на уроке задания задачам урока? Какими методами формируются знания? Какие средства обучения используются? Какие еще задачи можно решить на данном уроке?
3. Разработайте конспект урока на тему «Нумерация трехзначных чисел».
4. Какие ошибки допускают учащиеся при выполнении заданий на нумерацию чисел в пределах 1 000? Проведите проверочную работу по данной теме с учащимися начальной школы и проанализируйте причины ошибок.

5. Учащийся записал число семьсот шесть так: 7006. В чем причина его ошибки? Какую работу следует провести для предупреждения таких ошибок?
6. Проанализируйте подход к формированию знаний о нумерации трехзначных чисел, представленный в учебнике по математике. Какие задания предлагаются для актуализации знаний учащихся? Какие методы и наглядные средства используются для объяснения нового материала? Какие задания предлагаются для закрепления знаний учащихся?
7. Проведите анализ программы по математике. В какой последовательности предлагается изучать нумерацию чисел первой тысячи? Какие знания по данной теме предлагается формировать?
8. Составьте контрольную работу для проверки знаний учащихся по нумерации чисел в пределах 1 000.

2.5. ИЗУЧЕНИЕ НУМЕРАЦИИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Изучение нумерации многозначных чисел направлено на решение следующих задач:

- познакомить учащихся с новыми счетными и разрядными единицами — единицей тысяч, десятком тысяч, сотней тысяч, единицей миллионов, десятком миллионов, сотней миллионов;
- научить считать уже известными и новыми счетными единицами (единицами, десятками, сотнями единиц, тысяч, миллионов);
- сформировать понятие класса единиц, класса тысяч, класса миллионов;
- закрепить знания учащихся о десятичном составе чисел, научить их анализировать многозначные числа по десятичному составу (выделять в числе классы и разряды, составлять число по заданным классам и разрядам);
- научить заменять многозначное число суммой разрядных слагаемых, записывать многозначное число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых;
- научить записывать и читать многозначные числа;
- сформировать знания о месте многозначных чисел в натуральном ряду чисел, закрепить знания о свойствах натурального ряда чисел;
- научить сравнивать многозначные числа.

Последовательность изучения многозначных чисел может быть следующая:

- повторение нумерации чисел в пределах тысячи;
- закрепление знаний о разряде (единицы, десятки, сотни);
- формирование понятия о классе (на примере класса единиц);
- формирование понятия о классе тысяч, классе миллионов, сравнение названий разрядных чисел в классах (название разрядов одинаковое, но во втором и последующих классах к названию разрядных чисел добавляется название класса — тысяч, миллионов);
- образование новой счетной единицы — 1 тысячи (1 тысяча — это 1000 единиц, 100 десятков, 10 сотен);
- счет по 1 тысяче до 10 тысяч, запись этих чисел с наименованием «тысяча» (кратко «тыс.») вместо нулей и последующая замена сокращения «тыс.» тремя нулями;
- счет единицами тысяч и сотнями, образование чисел из единиц тысяч и сотен (1100, 1200, 1300 ... 9 900), формирование умения переходить при счете к новому разрядному числу (например, счет от 6 700 до 7 200, от 4 300 до 3 800 и др.);
- счет десятками тысяч до ста тысяч, сотнями тысяч до миллиона, запись с сокращением «тыс.» и замена сокращения нулями;
- образование многозначных чисел из чисел первого и второго классов;
- счет единицами миллионов до десяти миллионов, десятками миллионов до ста миллионов, запись этих чисел с наименованием «миллион» (кратко «млн») и последующая замена нулями;
- образование чисел в пределах миллиона, формирование умения переходить при счете к новому разрядному числу, закрепление знаний о последовательности натурального ряда чисел;
- округление числа до указанного разряда;
- письменная нумерация;
- закрепление знаний о нумерации в процессе изучения действий на каждом уроке.

Устная и письменная нумерация чисел предполагает выполнение следующих заданий:

- чтение и запись чисел;
- разностное и кратное сравнение разрядных чисел (например, на сколько 12 345 больше, чем 12 445; во сколько раз 500 меньше, чем 5 000, и др.);
- сравнение многозначных чисел;

- восстановление прерванной цепочки натурального ряда чисел (например:

  12 394, 12 395, ..., 12 397, ..., ...12 402);
- анализ числа по десятичному составу (например, число 76 309 состоит из 7 десятков тысяч, 6 единиц тысяч, 3 сотен и 9 единиц);
- определение общего количества единиц, десятков, сотен, единиц тысяч, десятков тысяч, сотен тысяч и других разрядов в числе (например, в числе 76 309 всего 76 309 единиц, 7 630 десятков, 763 сотни, 76 единиц тысяч, 7 десятков тысяч);
- округление чисел;
- прибавление и вычитание единицы, десятка, сотни, одной тысячи, одного десятка тысяч, одной сотни тысяч и других разрядных чисел, решение примеров вида:

  90000+1 = ...; 90000-1 = ...; 462 546+1 = ..., 462 546-1 = ...;

  15900+100=…; 15 900-100=…;

  840 000+100=…; 840 000-100=…;
- нахождение суммы разрядных слагаемых, вычитание разрядных слагаемых, запись числа в виде суммы разрядных слагаемых, решение примеров вида:

  600 000 + 50 000 + 1 000 + 500 + 30 + 6=…;

  5 687 156= ... + ... + ... + ... + ... + ...,

  200000 + 50 + 30= ...; 500080= ... + ...;
- прибавление и вычитание разрядного числа (например:

  25 030 + 600=…; 25 030-5 000=…);
- арифметические действия с единицами тысяч:

  2 тыс. + 7 тыс.= ...; 6 тыс. - 3 тыс.= ...;

  2 000 + 7 000= ...; 6000-3000= ...;

  2000-7000= ...; 6000:3000= ...

Анализ многозначного числа можно проводить по следующей схеме разбора числа:

1) прочитай число;
2) назови число единиц каждого разряда и каждого класса;
3) назови общее число единиц каждого разряда;
4) замени число суммой разрядных слагаемых;
5) определи место числа в ряду чисел (перед каким и после какого числа расположено данное число);

Таблица 3

Сотни миллионов	Десятки миллионов	Единицы миллионов	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы
								1
							1	0
						1	0	0
					1	0	0	0
				1	0	0	0	0
			1	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0	0
.	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 4

Классы									Число
III класс (миллионов)			II класс (тысяч)			I класс (единиц)			
Разряды									
Разряд сотен	Разряд десятков	Разряд единиц	Разряд сотен	Разряд десятков	Разряд единиц	Разряд сотен	Разряд десятков	Разряд единиц	
								4	4
					4	0	0	0	4 000
	5	0	7	0	3	0	0	1	50 703 001

1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	2800	2900	3000
9000	9100	9200	9300	9400	9500	9600	9700	9800	9900	10000

Рис. 21

б) укажи, сколько всего цифр и сколько различных цифр потребовалось для записи числа.

Основное наглядное средство при изучении устной нумерации многозначных чисел — таблица классов и разрядов, так как для обучения этому учебному материалу используются обобщенные понятия, носящие условный, отвлеченный характер, такие как «разряд», «класс», «поместное значение цифр в числе» и др.

С помощью разрядной сетки удобно показать обозначение разрядных чисел цифрами (табл. 3). Предлагается определить, сколько знаков в числе, что обозначает цифра 1 в каждом числе, сравнить каждую единицу счета с предыдущей (1 десяток содержит 10 единиц, 1 сотня содержит 10 десятков и т.д.), закрепить знания о том, что каждая последующая единица счета в 10 раз больше предыдущей. При работе с таблицей классов и разрядов (табл. 4) можно предложить записать числа в таблицу; прочитать и записать числа, указанные в таблице; записать несколько чисел в таблицу и сравнить их десятичный состав и др.

При формировании навыка счета сотнями можно использовать таблицу, представленную на рис. 21.

Для формирования навыков письменной нумерации, составления чисел из разрядных слагаемых, записи числа в виде суммы разрядных слагаемых удобно использовать карточки с разрядными числами (рис. 22). Их использование поможет предупредить ошибки при записи многозначных чисел. Учащимся предлагается взять карточки, например, с числами 200 000, 6 000 и 3, составить число, прочитать его. Полезно проводить работу с карточками, если учащийся допускает ошибки при чтении и записи многозначных чисел, нахождении суммы разрядных слагаемых, записи числа суммой разрядных слагаемых, прибавлении и вычитании разрядных чисел.

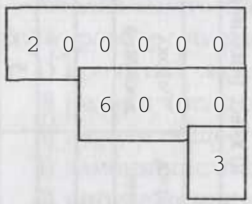


Рис. 22

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Сделайте демонстрационные пособия для изучения нумерации многозначных чисел.
2. Укажите верные ответы. В результате изучения нумерации чисел учащиеся начальной школы должны уметь:
   а) читать и записывать любое многозначное число в пределах 1OOOOOO;
   б) читать и записывать отрицательные числа;
   в) определять десятичный состав числа;
   г) называть разряды и классы;
   д) сравнивать числа на основе знания разрядного состава числа.
3. Учитель предложил провести анализ числа 39 409. Учащийся ответил, что число 39 тысяч 409 состоит из 9 единиц первого разряда или 9 единиц; 4 единиц третьего разряда или 4 сотен; 9 единиц четвертого разряда или 9 тысяч; 3 единиц пятого разряда или 30 тысяч; 409 единиц I класса, 39 единиц II класса; в числе 39 409 единиц, 3 940 десятков, 394 сотни, 39 тысяч, 3 десятка тысяч; это число можно представить суммой разрядных слагаемых: 30000+9 000+400+9; число 39 409 называют после числа 39 408 и перед числом 39 410; для его записи потребовалось 5 различных цифр, наибольшее пятизначное число, которое можно записать, используя цифры данного числа, — 99 430, наименьшее — 30499. Правильно ли ответил учащийся?
4. Учитель предложил назвать классовый и разрядный состав числа 34 500 345. Учащийся ответил: «Классовый состав числа: 34 500 345=34000000+500000+345. Разрядный состав числа: 34 500 345=30000000+4000000+500000+300+40+5». Верный ли ответ он дал?
5. Учитель дал объяснение: «Чтобы прочитать многозначное число, нужно разбить его на группы справа налево по 3 цифры в каждой; прочитать единицы каждого класса как трехзначное число в сопровождении слова, которое обозначает название класса; единицы I класса читают без называния класса, например 58 миллионов 620 тысяч 521. Чтобы записать многозначное число, нужно записать числа каждого класса, отделив один класс от другого промежутком, учитывая при этом, что в каждом классе по 3 разряда». Верно ли объяснение учителя?
6. Рассмотрите задания, представленные в учебнике по математике для 4 класса. Выберите задания, которые направлены на изучение нумерации многозначных чисел.
7. Верно ли, что при объяснении решения примеров: 99 999 + 1, 1OOOOO-1 можно использовать два приведенных далее приема?

А. Прием аналогии заключается в следующем. Сначала учащимся предлагают решить примеры: 9+1, 99+1, 999+1. Затем обращают их внимание на то, что если к наибольшему однозначному прибавить 1, то получится наименьшее двузначное, если к наибольшему двузначному прибавить 1, получится наименьшее трехзначное и т.д. Делают вывод о том, что если к наибольшему пятизначному прибавить 1, получится наименьшее шестизначное. Рассматривают обратные примеры и делают вывод о том, что если от наименьшего шестизначного числа отнять 1, то получится наибольшее пятизначное число.

Б. В основе второго приема лежит свойство прибавления числа к сумме: число 99 999 можно заменить суммой двух классов (99000+ +999)+1=99000+(999+1)=99000+1 000=100000. При объяснении примера: 100000 - 1 используют правило вычитания числа из суммы: 100000 - 1 =(99000+1 000) - 1 =99000+И 000 - 1}= =99 000+999=99 999.

Продвинутый уровень компетенции

1. Назовите задачи обучения нумерации многозначных чисел.
2. В какой последовательности изучают нумерацию многозначных чисел?
3. Какие предлагается выполнить задания по теме «Нумерация многозначных чисел»?
4. Какие наглядные средства используются при изучении нумерации многозначных чисел? Дайте характеристику наглядным пособиям: на решение каких задач направлены, какие задания можно предложить выполнить, на каком этапе ознакомления с нумерацией используются.
5. Что включает схема разбора числа? Сделайте по схеме разбор числа 467 509.

Высокий уровень компетенции

1. Разработайте систему заданий для формирования, закрепления и повторения знаний о нумерации многозначных чисел.
2. Разработайте конспект урока на тему «Сравнение многозначных чисел».
3. Проведите сравнительный анализ программ по математике. В какой последовательности предлагается изучать нумерацию многозначных чисел? Какие знания по данной теме предлагается формировать? Изучение каких тем предшествует ознакомлению с нумерацией многозначных чисел?
4. Составьте контрольную работу для проверки знаний учащихся по нумерации многозначных чисел.

ГЛАВА 3

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

3.1. ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ОБ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЯХ И ИХ СВОЙСТВАХ

Обучение выполнению арифметических действий с натуральными числами занимает центральное место в математической подготовке учащихся начальных классов. Данный раздел включает изучение следующего материала:

- понятие об арифметических действиях и их свойствах;
- сложение и вычитание чисел первого десятка, второго десятка, первой сотни, первой тысячи, многозначных чисел;
- табличное умножение и деление, особые случаи умножения и деления, внетабличное умножение и деление в пределах первой сотни, устные и письменные приемы умножения и деления чисел первой тысячи, многозначных чисел.

При формировании понятия об арифметических действиях и их свойствах необходимо объяснить смысл сложения, вычитания, умножения, деления, познакомить с компонентами действий, свойствами, показать взаимосвязь сложения и вычитания, умножения и деления.

Сложение. Компоненты сложения приведены на рис. 23.

Сложение натуральных чисел выполняется в соответствии с теоретико-множественной трактовкой числа.

В теории множеств существует понятие об объединении множеств, которое заключается в том, что при объединении двух множеств, не имеющих общих элементов, получается множество, содержащее элементы этих множеств. В методике на данное положение опирается объяснение смысла сложения как числа элементов объединения и множеств. Предлагаются ситуации, в которых необходимо найти количество предметов, узнать, сколько предметов всего, например: «У Димы 3 карандаша, а у Севы 2 карандаша. Сколько карандашей у мальчиков?». Также данное положение позволяет выполнять сложение чисел, опираясь на знание состава числа. Например, 5 состоит из 3 и 2, значит, сумма чисел 3 и 2 равна 5.

Основная операция над множествами — это установление взаимно-однозначного соответствия между элементами двух сравниваемых множеств. Если одно множество неравномощно никакому подмножеству другого множества, то мощность первого множества больше мощности второго. Такая ситуация также позволяет раскрыть смысл сложения. Например: «У Димы 3 карандаша, а ручек на 2 больше. Сколько ручек у Димы?»

Для решения этой задачи нужно взять ручек столько, сколько карандашей, и еще две ручки.

Кроме данного подхода в методико-математической литературе сложение рассматривается как увеличение на несколько единиц. Предлагаются ситуации, в которых количество предметов увеличивается, и надо определить, сколько предметов стало, например: «У Лены было 3 заколки, ей подарили еще 2 заколки. Сколько заколок стало у Лены?»

Таким образом, чтобы объяснить учащимся смысл действия сложения целых неотрицательных чисел, можно использовать три вида заданий:

1) составление одного множества из двух данных не имеющих общих элементов (например: «В вазе 3 яблока и 2 груши. Сколько всего фруктов в вазе?»);

2) увеличение данного предметного множества на несколько предметов (например: «На ветке сидели 2 воробья. К ним прилетел еще 1 воробей. Сколько стало воробьев на ветке?»);

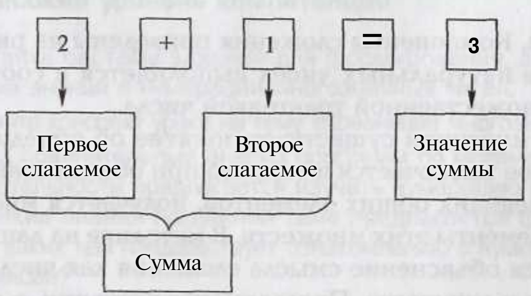


Рис. 23

3) увеличение множества, равночисленного данному, на несколько предметов (например: «В пенале 3 карандаша, а ручек на 2 больше. Сколько ручек в пенале?»).

Сложение натуральных чисел обладает следующими свойствами: переместительным (свойство коммутативности) и сочетательным (свойство ассоциативности).

Переместительное свойство заключается в том, что от перестановки слагаемых значение суммы не меняется, например: $2 + 1 = 1 + 2$. Данное свойство изучается в 1 классе при изучении сложения чисел в пределах первого десятка.

С переместительным свойством учащихся можно познакомить следующими приемами:

1) предлагается найти значение выражений: $3 + 4$ и $4 + 3$. Сравнивают, чем похожи и чем отличаются решенные примеры, затем подводят детей к определенному выводу: от перестановки слагаемых значение суммы не изменяется. Аналогично рассматриваются еще 2 — 3 пары примеров;

2) можно начать работу с рассмотрения действий с предметными множествами. Примерные рассуждения учителя приведены ниже.

Положите 4 больших треугольника и еще 3 маленьких. Сколько всего треугольников? (7 треугольников.)

Положите 3 красных кружка и 4 зеленых. Сколько всего кружков? (7 кружков.)

Результат практического действия переводят на язык математики и делают записи: $4 + 3 = 7$ и $3 + 4 = 7$. Сравнивая записи, выясняют, чем они похожи и чем отличаются, делают соответствующие выводы;

3) разбирают решение задачи практического характера: «На одном пришкольном участке дети собрали 2 мешка картофеля, на другом — 7. Сколько всего картофеля собрано с двух участков». Необходимо выполнить сложение. Как удобнее, 7 мешков перенести к двум или 2 мешка перенести к семи? Практическая ситуация переводится на математический язык:

$$2 + 7 \text{ или } 7 + 2.$$

Опираясь на жизненную ситуацию и наблюдения, учащиеся убеждаются, что далеко не безразлично, как выполнять сложение, и выбирают удобный способ.

Сочетательное свойство, или правило группировки слагаемых, заключается в том, что значение суммы нескольких слагаемых не зависит от порядка, в котором выполняется сложение, например:

$$(8+3)+7=8+(3+7).$$

Ознакомление с правилом можно начинать с поиска значения выражения: $(4+3)+2$. Для иллюстрации примера на наборном полотне выкладывают 4 красных больших кружка, 3 красных маленьких треугольника и 2 синих маленьких кружка (рис. 24).

Предлагается составить равенства: $(4+3)+2=9$, $4+(3+2)=9$. Сравнив полученные примеры и их результаты, учащиеся смогут сделать вывод: при сложении трех слагаемых результат не изменяется, если соседние слагаемые заменить их суммой. Затем по аналогии учащихся подводят к правилу: при сложении трех и более слагаемых соседние числа можно заменить их суммой.

Сочетательное свойство используется для рациональных вычислений. Следует обратить внимание на несколько приемов сложения, в которых применение данного свойства необходимо:

- сложение однозначных чисел с переходом через разряд — например, чтобы выполнить сложение $7+5$, нужно второе слагаемое представить в виде суммы удобных слагаемых $(3+2)$ и применить сочетательное свойство, т.е. изменить порядок сложения:

$$7+5=7+(3+2)=(7+3)+2=10+2=12;$$

- устное сложение чисел в пределах ста — в данном случае используется и сочетательное, и переместительное свойства, например, чтобы сложить $46+12$, можно представить и первое, и второе слагаемое в виде суммы разрядных слагаемых $(40+6$ и $10+2)$, далее применить сочетательное свойство, а потом переместительное.

Переместительное свойство здесь необходимо, потому что сочетательное свойство можно применить только к рядом стоящим слагаемым:

$$46+12=(40+6)+(10+2)=40+(6+10)+2=40+(10+6)+2=$$
$$=(40+10)+(6+2)=50+8=58.$$

Поскольку приведенная запись очень осложняет объяснение, учащимся сообщается только окончательный результат преобразований и предлагается сначала найти сумму десятков, а потом сумму единиц.

Рис. 24

Рис. 25

Вычитание. Компоненты вычитания приведены на рис. 25.

Объяснение смысла вычитания натуральных чисел строится на основе следующего положения: разностью множеств *А* и *В* называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству А и не принадлежат множеству *В*. Учащимся начальных классов показывают множество предметов, убирают из множества некоторое количество предметов (при этом некоторое количество предметов остается) и просят учащихся сказать, сколько предметов осталось, например: «На столе стояли 3 тарелки. 1 тарелка упала и разбилась. Сколько тарелок осталось на столе?».

Положение о дополнении множеств также лежит в основе объяснения смысла разности чисел. При установлении взаимно-однозначного соответствия между двумя множествами определяется, на сколько элементов одно множество больше, а другое меньше. Это можно продемонстрировать на следующем примере: «На клумбе росли 5 ромашек и 3 василька. На сколько ромашек больше, чем васильков росло на клумбе?»

Поэлементное сравнение множеств позволяет рассмотреть ситуацию, когда одно множество меньше другого на несколько единиц, например: «У Лены 5 заколок, а бантов на 2 меньше. Сколько бантов у Лены?» Для решения этой задачи нужно взять бантов столько, сколько заколок, и уменьшить это количество на 2.

Таким образом, при формировании у учащихся представлений о действии вычитания можно предлагать следующие виды заданий:

а) уменьшение данного предметного множества на несколько предметов (например: «Было 5 конфет. 3 конфеты съели. Сколько конфет осталось?»);

б) уменьшение множества, равносильного данному, на несколько предметов (например: «На столе 5 книг, а журналов на 2 меньше. Сколько журналов на столе?»);

в) сравнение множеств: на сколько больше (на сколько меньше) предметов в одном множестве, чем в другом? Например: «У Юры 3 кораблика и 5 машинок. На сколько машинок у Юры больше, чем корабликов?».

Во всех курсах начальной математики вычитание рассматривается и как действие, обратное сложению, поскольку вычитанием натуральных чисел а и Ъ называется операция, удовлетворяющая условию: $a - Ъ = c$ тогда и только тогда, когда $Ъ + c = a$, т.е. вычитанием называют действие, с помощью которого по сумме и одному из слагаемых находят другое слагаемое. Поэтому начальный курс математики предполагает изучение взаимосвязи сложения и вычитания. В учебниках для 1 класса М.И.Моро, С.И.Волковой, С. В. Степановой (ч. 1), Б.П.Гейдмана, Т.В.Ивакиной, И. Э. Мишариной эти арифметические действия рассматриваются на одном уроке, что позволяет сразу показать их взаимосвязь. В учебниках для 1 класса Н.Б.Истоминой и Л. В.Занкова, В. В. Занкова сначала рассматривается сложение, потом вычитание, однако эти темы включены в один раздел и промежуток между их изучением составляет всего несколько уроков. Для того чтобы показать взаимосвязь этих действий, предлагается провести специальные уроки.

В современных учебниках математики для начальной школы даны задания, которые позволяют рассматривать число как количественную характеристику множества, состоящего из двух подмножеств. Так, множество из 5 геометрических фигур состоит из подмножества трех квадратов и подмножества двух кругов. На примере такого соотношения «часть — целое» в учебнике Н. Б. Истоминой для 1 класса [6] объясняется, что при объединении частей (подмножеств) получается целое, а если из целого (данного множества) убрать одну часть (одно подмножество), остается другая часть (другое подмножество). Это наглядно демонстрирует трудные для учащихся правила, необходимые для решения уравнений: чтобы найти уменьшаемое, нужно к вычитаемому прибавить разность; чтобы найти вычитаемое, нужно из уменьшаемого вычесть разность; чтобы найти слагаемое, нужно из суммы вычесть другое слагаемое.

В курс начальной школы не входит изучение правил вычитания числа из суммы и вычитания суммы из числа, однако в основе объяснения некоторых приемов вычисления лежат именно эти правила.

Вычитание числа с из суммы a+b предполагает, что число с можно вычесть как из суммы $a+b$, так и из слагаемого a или $Ъ$, в том случае, если с меньше слагаемого, из которого его будут вычитать:

$$(a+b)-c=a+(b-c)=(a-c)+b.$$

Правило вычитания числа из суммы учащиеся усваивают в процессе выполнения действий с предметными множествами. Например, учащимся предлагается найти значение выражения $(5+4)-3$. Рассматривают различные способы решения — находят сумму и из полученного результата вычитают число 3 или вычитают это число из слагаемого и полученный результат прибавляют к другому слагаемому:

$$(5+4)-3=6;\ 5+(4-3)=6;\ 4+(5-3)=6.$$

Сравнивая решения примеров, дети самостоятельно могут сделать вывод: чтобы вычесть число из суммы, можно найти сумму и из полученного результата вычесть число, а можно это число вычесть из любого слагаемого и полученный результат прибавить к другому слагаемому.

Для формирования знаний о данном свойстве можно использовать текстовую задачу типа: «Во дворе гуляли 10 девочек и 7 мальчиков. Трое детей утли домой. Сколько детей осталось?»

Учитель подводит учащихся к решению задачи тремя способами, учащиеся вместе с учителем сравнивают решения, устанавливают, чем они похожи и чем отличаются, а затем делают соответствующие выводы.

Это правило используется при вычитании разрядных чисел. Уменьшаемое представляется в виде суммы разрядных слагаемых и из нужного разрядного слагаемого вычитается разрядное число. Например, чтобы из 36 вычесть 2, нужно 36 представить в виде суммы разрядных слагаемых $(30+6)$ и из 6 единиц вычесть 2, прибавить оставшиеся десятки (30). Аналогично можно выполнить вычитание 36-20: также представить 36 как сумму разрядных слагаемых $30+6$ и отнять 20 от десятков, прибавить оставшиеся единицы:

$$36-2=(30+6)-2=30+(6-2)=34;$$
$$36-20=(30+6)-20=(30-20)+6=10+6=16.$$

Вычитание суммы Ь+с из числа а предполагает, что из числа а можно вычесть сумму, можно каждое слагаемое вычесть последовательно:

$$a-(b+c)=(a-b)-c=(a-c)-b.$$

Это правило можно продемонстрировать при решении задач, например: «Оля купила 10 тетрадей. Она отдала подруге 3 тетради в клетку **и** 1 в линейку. Сколько тетрадей осталось у Оли?» Записывают решения задачи различными способами:

а) 10-(3+1)=6 (т.); б) (10-3)-1=6 (т.); в) (10- 1)-3=6 (т.).

Сравнивая решения задачи (рассматривая различные ситуации с предметными множествами), учащиеся приходят к выводу: сумму из числа можно вычесть тремя способами.

Это правило используется при вычитании однозначного числа из двузначного с переходом через разряд. Например, чтобы из 16 вычесть 7, можно представить вычитаемое 7 в виде суммы удобных слагаемых 6 + 1 и отнять от 16 сначала 6, а потом 1:

16-7=16-(6+1)=(16-6)-1=10-1=9.

При устном вычитании двузначного числа из двузначного с переходом через разряд также применяется указанное правило. Например, чтобы из 36 вычесть 28, нужно представить вычитаемое 28 в виде суммы разрядных слагаемых 20 + 8 и вычесть из 36 сначала 20, а потом 8:

36-28=36-(20+8)=(36-20)-8=16-8=8.

В начальной школе необходимо показать учащимся *зависимость результатов действий от изменения компонентов*. Можно провести анализ ряда равенств:

1) 5+4=9, 5+5=10, 5+6=11;
2) 8 + 2= 10, 7 + 3= 10, 6 + 4= 10.

Сравнивая решения, учащиеся приходят к выводу: если одно из слагаемых увеличить (уменьшить) на несколько единиц, то и сумма увеличится (уменьшится) на столько же единиц.

Данную закономерность применяют при устных вычислениях. Для этого необходимо предложить учащимся, например, следующее упражнение: «Зная, что 27 + 3=30, определите сумму 27 + 5». Рассуждения при выполнении этого задания могут быть примерно такими: «Первые слагаемые одинаковые, второе слагаемое на 2 больше, значит, и сумма будет больше на 2 единицы. К 30 прибавляем 2, получается 32. Записываем решение: 27 + 5=32». Кроме того, учащимся необходимо понять и запомнить, что если одно слагаемое увеличить, а второе уменьшить на столько же единиц, то результат не изменится.

Изучение изменения результата в зависимости от изменения компонентов действия вычитания требует проведения большего количества тренировочных упражнений, так как этот материал вы-

Рис. 26

зывает у учащихся затруднения. Например, если на несколько единиц увеличить уменьшаемое, то и разность будет больше на столько же единиц. Если на несколько единиц увеличить вычитаемое, то разность будет меньше на столько же единиц. Если одновременно увеличить уменьшаемое и вычитаемое на одно и то же число единиц, то разность не изменится.

Умножение. Компоненты умножения приведены на рис. 26.

В методико-математической литературе для определения умножения используется отношение «непосредственно следовать за» и основополагающие аксиомы:

1)а-1=а; 2) *а-Ь'=а-Ь+а.*

Зная эти две аксиомы, можно составить таблицу умножения, например:

5-1=5 (1-я аксиома);
5-2=5-Г=5-1+5=10 (2-я аксиома);
5-3=5-2 + 5=10 + 5=15;
5-4=5-3 + 5=15 + 5=20.

В начальных классах этот подход находит свое отражение. Умножение на 1 рассматривается как правило: при умножении числа а на 1 получается число а. Далее объясняется, что при умножении числа а на 2 получается число, большее на значение *а*, чем произведение а и 1, при умножении числа а на 3 — число, большее на значение а, чем произведение а и 2, и т.д. Составляется таблица умножения, например:

5-2=5 + 5=10;
5-3=5 + 5 + 5=10 + 5=15;
5-4=5 + 5 + 5 + 5=15 + 5=20.

В методической литературе описаны способы ознакомления со смыслом умножения на основе теоретико-множественного подхода. Учащимся предлагаются задачи типа: «Для двух мальчиков, Димы и Севы, подбирают школу. Родителям понравились три школы. Сколько возможно вариантов подбора школ для мальчиков?» Решение следующее: «Обозначим множество мальчиков *А={а, Ь}*, множество школ В={1, 2, 3}. Диму можно отправить в 1-ю школу, либо во 2-ю школу, либо в 3-ю школу. Аналогично можно поступить и с Севой. Запишем декартово произведение множества из пар: *АхВ={{а\), (а.2),* (аЗ), (Ы), (Ь2), (ЬЗ)}. Первое множество А содержит два элемента, второе множество *В* — три элемента, декартово произведение содержит шесть элементов; получилось, что 2-3=6».

Однако чаще произведение рассматривается как сумма одинаковых слагаемых. Этот способ, основанный на взаимосвязи умножения натуральных чисел с объединением равночисленных попарно непересекающихся подмножеств, положен в основу ознакомления с действием умножения в школьном курсе математики. Учащимся сообщают, что первый множитель показывает, какое число нужно «взять», а второй множитель — сколько раз нужно «взять» это число, например:

3-5=3 + 3 + 3 + 3 + 3.

В начальных классах предлагаются следующие задания, позволяющие раскрыть смысл умножения:

- на объединение предметных равночисленных множеств, например: «В четырех коробках лежат ручки по 8 шт. в каждой. Сколько всего ручек лежит в ящиках? »;
- связанные с понятием «увеличить в несколько раз», например: «На столе лежат 5 тетрадей, а альбомов в 3 раза больше. Сколько альбомов лежит на столе? »

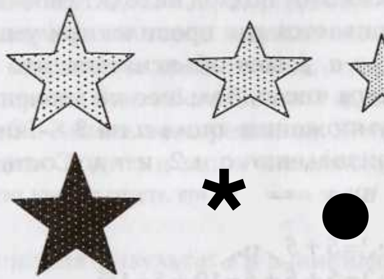


Рис. 27

Рис. 28

Умножение обладает следующими свойствами: переместительным (свойство коммутативности), сочетательным (свойством ассоциативности) , распределительным (свойством дистрибутивности).

Переместительное свойство заключается в том, что от перестановки множителей значение произведения не изменяется, например: 2-3=3-2. Учащиеся знакомятся с этим свойством при изучении табличного умножения. Необходимо подобрать наглядное средство, позволяющее учащимся с помощью приемов умственных действий (сравнение, аналогии, обобщение) самостоятельно сформулировать правило, например, расположить фигуры так, чтобы можно было вести счет группами по числу элементов в ряду и в столбике (рис. 27).

Сочетательное свойство (или правило умножения числа на произведение) заключается в том, что значение произведения нескольких множителей не зависит от порядка, в котором выполняютсядействияумножения,например:(4 • 3) • 2=4 • (3 • 2).Этосвойство изучается для рационального вычисления при умножении на разрядное число, например:

8-300=8-(3-100) = (8-3)-100=24-100=2 400.

Для разъяснения правила следует рассмотреть три способа вычисления с опорой на наглядные средства: монеты, например, по 2 р. располагаются в несколько рядов с одинаковым количеством монет в каждом (рис. 28).

Ряды находятся один под другим так, что получаются равные столбцы. Достоинство монет, количество столбцов и рядов будут множителями.

Можно найти произведение рядов и столбцов и умножить на него число, показывающее достоинство монет: (3-5) -2=30.

Другой способ — умножить число, показывающее достоинство монет, на количество столбцов и полученный результат умножить на количество рядов: $(2\cdot5)\cdot3=30$.

Еще один способ — умножить число, показывающее достоинство монет, на количество рядов и полученный результат умножить на количество столбцов: $(2\cdot3)\cdot5=30$.

Распределительное свойство умножения относительно суммы заключается в том, что при умножении суммы на число (умножении числа на сумму) можно умножить на число сумму или умножить на число каждое слагаемое и полученные произведения сложить: $a\cdot(b+c)=(a\cdot b)+(a\cdot c)$. Это свойство изучается при формировании умения устно умножать двузначное число на однозначное. Например, чтобы 43 умножить на 6, нужно 43 представить в виде суммы разрядных слагаемых и умножить на 6 каждое из них:

$$43\cdot6=(40+3)\cdot6=40\cdot6+3\cdot6=240+18=258.$$

Данное свойство также лежит в основе письменного умножения на двузначное число (подробнее об этом см. далее).

Ознакомление с правилом умножения суммы на число можно начинать с задачи: «Две девочки делали игрушки для елки. Они сделали по 4 снежинки и по 3 звездочки. Сколько игрушек для елки сделали девочки?» Задачу решают различными способами и иллюстрируют. Затем сравнивают способы решения и делают соответствующие выводы о том, что сумму на число можно умножить по-разному: можно найти сумму и умножить полученный результат на число, можно каждое слагаемое умножить на число и результаты сложить. Ознакомление с правилом умножения числа на сумму проводится аналогично. Можно использовать переместительное свойство:

$$c\cdot(a+b)=(a+b)c;\quad 2\cdot(3+4)=(3+4)\cdot2.$$

Деление. Компоненты деления приведены на рис. 29.

С теоретико-множественной точки зрения деление чисел связано с разбиением конечного множества на равночисленные попарно непересекающиеся подмножества. Описывают два случая: поиск числа элементов в каждом подмножестве разбиения (деление на равные части) и поиск числа таких подмножеств (деление по содержанию).

В методико-математической литературе деление рассматривается и как операция, обратная умножению. Делением натуральных чисел a и b называется операция, удовлетворяющая условию: $a:b=c$ тогда и только тогда, когда $bc=a$, т. е. делением называют действие,

Рис. 29

в результате которого по значению произведения двух множителей и одному из них находят неизвестный множитель.

Действия умножения и деления взаимосвязаны и перед учителем стоит задача показать эту взаимосвязь на конкретных примерах.

Задания следующих видов позволяют раскрыть смысл деления:

- деление на равные части («Разложите 8 карандашей в две коробки»);
- деление по содержанию («Разложите 8 карандашей в коробки по 4 карандаша в каждую»);
- кратное сравнение («В коробке 8 цветных карандашей и 4 простых карандаша. Во сколько раз цветных карандашей больше, чем простых?»).

Задания выполняются с помощью предметно-практических действий — учащиеся раскладывают 8 карандашей по одному в каждую коробку. И так продолжают, пока не разложат все карандаши в две коробки. Устанавливают, сколько карандашей в каждой коробке, и записывают свои действия на языке математических символов: $8:2=4$.

Потом 8 карандашей раскладывают по 4 в каждую коробку. Берут сразу 4 карандаша и кладут в первую коробку, потом столько же — во вторую. Пересчитывают количество коробок. Записывают: $8:4=2$. Учителю нужно пояснить, что коробок будет столько, сколько раз по 4 содержится в восьми.

Чтобы создать лучшие условия для усвоения табличных случаев умножения и деления, взаимосвязи между компонентами и результатом действия, иллюстрируются три ситуации. Первая ситуация: на трех тарелках по 4 яблока. Всего 12 яблок. Записывают равенство: $4\cdot3=12$.

Затем рассматривают другие ситуации: 12 яблок разложили на 3 тарелки (записывают равенство $12:3=4$); 12 яблок разложили на тарелки по 4 яблока на каждую (записывают равенство 12:4=3). Сравнивая записи, устанавливают сходство и отличие равенств. Обращают внимание на то, что если произведение разделить на множитель и получить второй множитель, последующая работа сводится к объяснению равенств, записанных к рисункам, либо к выбору равенств, соответствующих тому или иному рисунку. Учащиеся предлагают аналогичные ситуации.

В процессе выполнения подобных заданий учащиеся осознают взаимосвязь между умножением и делением:

- если значение произведения разделить на один из множителей, то получим другой множитель;
- если делитель умножить на значение частного, то получим делимое;
- если делимое разделить на значение частного, то получим делитель.

Правило деления суммы на число заключается в следующем: чтобы разделить сумму на число, можно разделить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить. Например, чтобы разделить сумму 12 + 32 на 4, можно найти ее значение (44) и разделить на 4, а можно разделить на 4 каждое слагаемое и найти сумму полученных значений частного:

$$(12+32):4=12:4+32:4=3+8=11.$$

Для ознакомления с правилом деления суммы на число можно предложить задачу: «8 девочек и 6 мальчиков для игры разделились поровну на 2 команды. Сколько детей в каждой команде?» В процессе анализа задачи учащиеся находят разные способы решения, сравнивают их и делают вывод: можно найти сумму и затем полученный результат разделить на число, можно на число разделить каждое слагаемое и результаты сложить.

Учащимся можно объяснить, что если ни одно слагаемое не делится на число, то, возможно, на число делится их сумма, например:

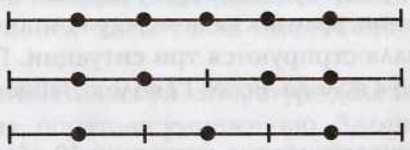


Рис.30

$(7+8):5=15:5=3$, хотя ни 7, ни 8 на 5 не делится. Но если на число делится только одно слагаемое, то сумма делиться на это число не будет, например: $(10+8):5$ — здесь получить в ответе целое натуральное число нельзя, так как 18 на 5 не делится, несмотря на то, что 10:5=2.

Это правило применяется при внетабличном делении вида:

$$56:4=(40+16):4=40:4+16:4=10+4=14.$$

Правило деления произведения на число. Для того чтобы разделить произведение на число, можно разделить на это число один из множителей и полученный результат умножить на второй множитель. Например, чтобы разделить произведение чисел 14 и 13 на 7, можно найти значение произведения 14 и 13 и полученный результат разделить на 7, а можно разделить на 7 один из множителей (14) и полученный результат умножить на второй множитель (13): $(14\cdot 13):7=(14:7)\cdot 13=2\cdot 13=26$. Данное правило используется при изучении деления на двузначное число. Кроме того, умение пользоваться правилом поможет учащимся усвоить признаки делимости в старших классах.

Правило деления числа на произведение. Это правило можно начинать изучать с иллюстрации выражения $12:(2\cdot 3)$ (рис. 30):

$$12:6=2;$$
$$(12:2):3=2;$$
$$(12:3):2=2.$$

В первом случае отрезок длиной 12 см делят на 6 равных частей, во втором — такой же отрезок делят сначала на 2 равные части и потом каждую из них делят на 3 части, в третьем — отрезок делят на 3 равные части, а затем каждую из них делят на 2 части. Сравнивая полученные рисунки и устанавливая, чем они похожи и чем отличаются, учащиеся приходят к выводу, что разделить на произведение можно разными способами: разделить число на произведение или разделить число на один из множителей, а полученное частное разделить на другой множитель.

Правило деления разности на число в программы по математике для начальной школы не входит, хотя эта операция выполняется по аналогии с делением суммы на число.

При ознакомлении учащихся со смыслом и свойствами действий умножения и деления целесообразно организовать работу таким образом, чтобы была возможность наблюдать, сравнивать, анализировать ситуации и выбирать соответствующие математические записи.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Определите, в каком классе изучаются переместительное и сочетательное свойства сложения по программе М.И.Моро с соавторами, программе Н.Б.Истоминой, программе Л.Г.Петерсон и др.
2. Найдите в программах по математике М.И.Моро с соавторами, Н.Б.Истоминой и Л.Г.Петерсон время и место изучения сочетательного, переместительного и распределительного свойств умножения; правил деления суммы на число и деления произведения на число.
3. Какие задания предлагаются для объяснения смысла сложения и вычитания в разных учебниках математики для 1 класса ? Выпишите эти задания.
4. Учитель предложил найти значение выражения: 26·2·5. Какое свойство должны использовать учащиеся, чтобы вычислить рационально:
   а] переместительное свойство сложения;
   б] сочетательное свойство умножения;
   в] распределительное свойство умножения?
5. Верно ли, что при решении примера 3·49 можно применить переместительное свойство умножения, затем — правило умножения суммы на число (49·3=(40+9)·3=40·3+9·3=120+27=147) или применить правило умножения числа на сумму (3·49=3·(40+9)=3·40+3·9= =120+27=147)?
6. Определите, раскрывают ли следующие задания смысл действия умножения:
   А. В трех коробках лежат карандаши по 6 штук в каждой. Сколько всего карандашей в коробках?
   Б. Квадратов 3, а кружков в 2 раза больше. Сколько кружков?
   В. Выберите на рис. 31 изображения, соответствующие записям 2·7 и 7·2.
   Г. Не выполняя вычислений, сравните выражения: 15·9 и 15·8.
7. Раскрывают ли приведенные ниже задачи смысл действия вычитания?
   А. На ветке сидели 5 синиц, 2 из них улетели. Сколько синиц осталось на ветке?
   Б. На одной полке стояло 7 книг, а на второй на 2 меньше. Сколько книг стояло на второй полке?
   В. На первой полке стояло 7 книг, а на второй 5. На сколько больше (меньше) книг на первой (второй) полке?
8. Можно ли для формирования знаний о взаимосвязи между произведением и множителями предлагать приведенные ниже задания?

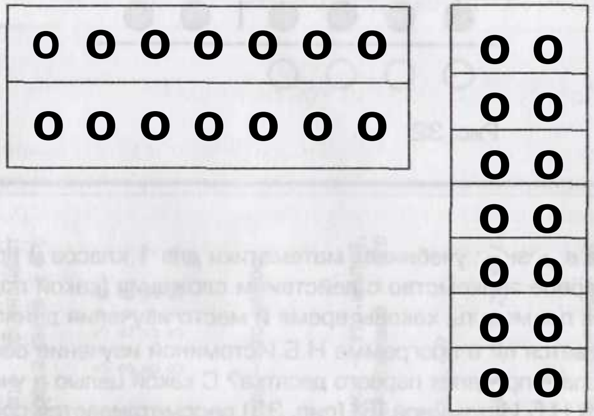


Рис. 31

А. Решите примеры на деление, пользуясь примерами на умножение (5·8=40 и 40:5=... и т.п.).
Б. По примеру 7·3 составьте два примера на деление.
В. Составьте два примера на умножение и два — на деление с числами 9, 2, 18.

9. Можно ли задание «Рассмотри рисунок (рис. 32), сравни числа 6 и 4, найди их сумму и разность» использовать для решения следующих задач обучения:
   А) раскрытие смысла вычитания на основе сравнения предметных множеств и анализа выполняемых действий;
   Б) обучение решению задач арифметическим и практическим способами;
   В) анализ предложенной ситуации и ее запись математическими символами?

Продвинутый уровень компетенции

1. Назовите свойства сложения и умножения.
2. На какой теоретической основе выполняется вычитание разрядных чисел; вычитание однозначного числа из двузначного с переходом через разряд; вычитание двузначного числа из двузначного с переходом через разряд?
3. Какие правила деления изучаются в начальной школе? В каких программах предусмотрено изучение этих правил?
4. Какой подход к объяснению смысла сложения и вычитания применяется в учебнике для 1 класса по математике?

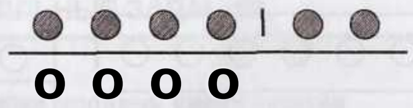
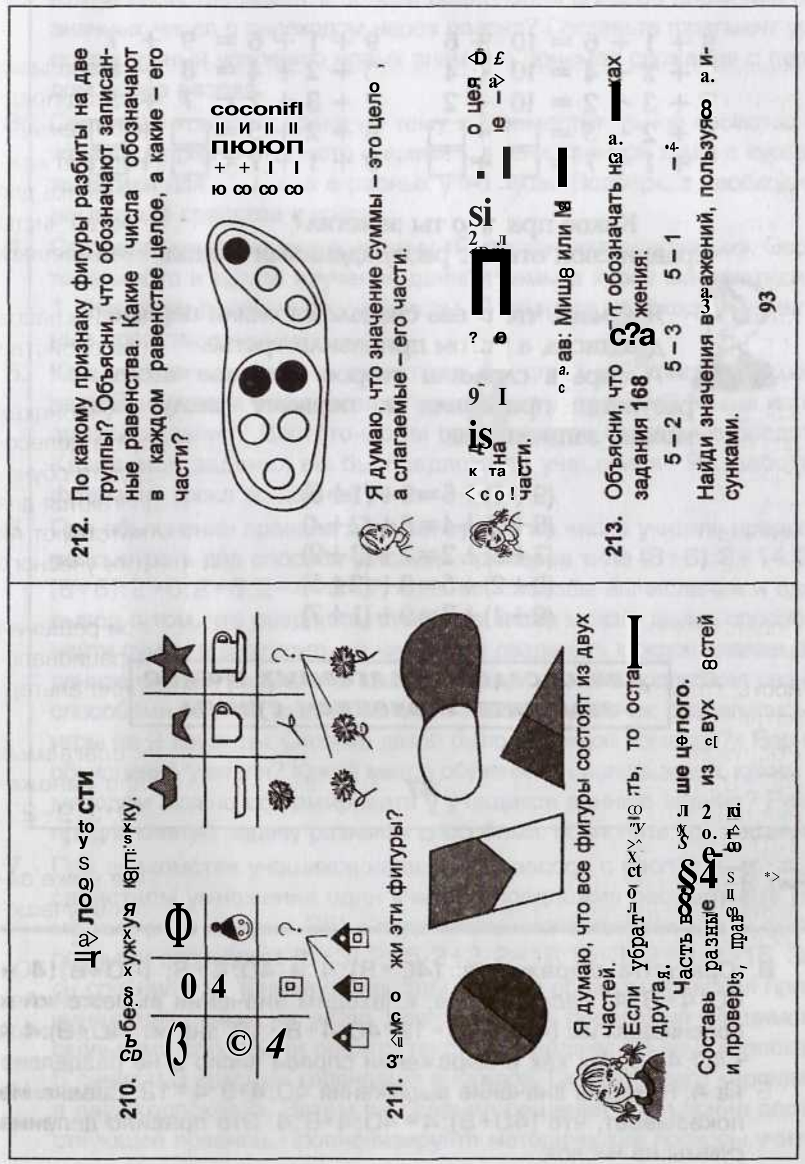


Рис. 32

5. Найдите в разных учебниках математики для 1 класса и проанализируйте первое знакомство с действием сложения (какой подход предлагается применять, каковы время и место изучения данной темы].
6. Предлагается ли в программе Н.Б.Истоминой изучение состава каждого числа в пределах первого десятка? С какой целью в учебнике для 1 класса Н. Б. Истоминой [6] (рис. 33) рассматривается состав числа 8? Можно ли применить это задание для объяснения взаимосвязи действий сложения и вычитания?
7. Какие методические приемы используются в учебнике для 2 класса Н.Б.Истоминой [7] (рис. 34] при изучении сочетательного свойства сложения?
8. Как раскрывается смысл умножения и деления в разных учебниках для 1 и 2 классов? Какие используются методы? Обоснуйте целесообразность и оптимальность использования наглядных средств обучения, представленных в учебниках. Какие упражнения предлагаются для усвоения новых знаний и для применения знаний? Соответствуют ли они задачам обучения? Определите научность и доступность учебного материала.
9. Проанализируйте приведенное рассуждение учащегося при решении примера 3-49 по следующим параметрам: правильность, рациональность, грамотность речи. Укажите, возможно ли применение альтернативных решений и какова их целесообразность.
   Рассуждение: «Заменяем число 49 суммой разрядных слагаемых (40+9), получаем пример 3(40+9), применяем правило умножения числа на сумму, выполняем вычисления: 3-40=120, 3-9=27, 120+27 = 147».
10. С какой целью может использовать учитель приведенные ниже задания? Определите правильность приведенных рассуждений учащегося.
    А. Какие числа можно вставить вместо точек в выражение: (30+ +...): 5, чтобы сумма делилась на 5? *Рассуждение:* «Вместо точек можно поставить число 5, 10 и любое число, которое делится на 5».
    Б. Представьте число 66 в виде суммы разрядных слагаемых. На какие числа делится сумма? *Рассуждение:* «66=(60+6), сумма делится на 2, 3, 6».



212. По какому признаку фигуры разбиты на две группы? Объясни, что обозначают записанные равенства. Какие числа обозначают в каждом равенстве целое, а какие – его части?

Я думаю, что значение суммы – это целое, а слагаемые – его части.

213. Объясни, что ... обозначать ... задания 168

5 − 2   5 − 3   5 − 1

Найди значения выражений, пользуясь рисунками.

211. ... эти фигуры?

Я думаю, что все фигуры состоят из двух частей.

Рис. 88

Сочетательное свойство сложения.

126. Догадайся, по какому правилу записаны равенства слева и справа, и вставь числа в «окошки»:

$9 + 1 + 6 = 10 + 6$	$9 + 1 + 6 = 9 + 7$
$8 + 2 + 4 = 10 + 4$	$8 + 2 + 4 = 8 + 6$
$7 + 3 + 2 = 10 + 2$	$7 + 3 + 2 = 7 + 5$
$8 + 2 + 5 = \square + \square$	$8 + 2 + 5 = \square + \bullet$
$9 + 1 + 7 = \square + \square$	$9 + 1 + 7 = \square + \bullet$

Какое правило ты заметил?
Сравни свой ответ с рассуждениями Миши.

Я думаю, что слева сначала сложили первые два числа, а потом прибавили третье. А справа сложили второе и третье числа и результат прибавили к первому числу. Это можно записать так:

$$(9+1)+6=9+(1+6)$$
$$(8+2)+4=8+(2+4)$$
$$(7+3)+2=7+(3+2)$$
$$(8+2)+5=8+(2+5)$$
$$(9+1)+7=9+(1+7)$$

Два соседних слагаемых можно заменить значением суммы.

47

Рис. 34

В. Сравните выражения: $(40+8):4$ и $40:4+8$; $(40+8):4$ и $40:4+8:4$. *Рассуждение:* «Находим значения выражений и сравниваем их: $(40+8):4=12$; $40:4+8=18$, значит $(40+8):4<$ $<40:4+8$, так как в выражении справа число 8 не разделено на 4. Находим значение выражения $40:4+8:4=12$. Сравнение показывает, что $(40+8):4=40:4+8:4$. Это правило деления суммы на число».

Высокий уровень компетенции

1. Как предлагается объяснять смысл сложения и вычитания в разных учебниках для 1 класса по математике? Подготовьте для учащихся объяснение взаимосвязи сложения и вычитания, опираясь на представленные в учебниках иллюстрации.
2. Какое свойство лежит в основе объяснения способа сложения однозначных чисел с переходом через разряд? Составьте фрагмент урока, посвященный усвоению новых знаний о приемах сложения с переходом через разряд.
3. Составьте конспект урока на тему «Переместительное свойство сложения». Определите место и время изучения данной темы в курсе математики для 1 класса в разных учебниках. Подберите необходимые наглядные средства к уроку.
4. Составьте конспект урока на тему «Перестановка слагаемых». Определите место и время изучения данной темы в курсе математики для 1 класса по различным учебникам. Подберите необходимые наглядные средства к уроку.
5. Как в различных учебниках математики для 1 и 2 классов решается задача изучения взаимосвязи умножения и деления? Какие используются задания? Достаточно ли применяются наглядные средства? Какие еще задания вы бы предложили учащимся? Разработайте фрагмент урока по данной теме.
6. При объяснении правила деления суммы на число учитель предложил рассмотреть два способа решения примеров типа $(8+6):2=14:2=7$, $(8+6):2=8:2+6:2=4+3=7$, сравнил способы вычисления и сделал вывод о том, что разделить сумму на число можно двумя способами: найти сумму и разделить на число или разделить каждое слагаемое на данное число и результаты сложить. Затем учитель предложил разными способами решить задачу: «8 мальчиков и 6 девочек разделились для игры на 2 команды. Сколько детей было в каждой команде?» Верно ли объяснение учителя? Какой метод обучения он использовал, каким еще методом можно сформировать у учащихся данные знания? Решите предложенную задачу разными способами, объясните ход решения.
7. При знакомстве учащихся начальных классов с распределительным свойством умножения один учитель предложил рассмотреть предметный рисунок [рис. 35) и подсчитать число изображенных фигурок разными способами: $(5+3)\cdot2=5\cdot2+3\cdot2=16$; $(5+3)2=8\cdot2=16$. Затем он сравнил полученные результаты и таким образом объяснил правило умножения суммы на число. Другой учитель предложил учащимся несколькими способами решить текстовую задачу: «В двух коробках по 5 синих и 3 красных карандаша в каждой. Сколько всего карандашей в двух коробках?». Затем он сравнил решения и объяснил соответствующее правило. Проанализируйте методические подходы учителей

O O O O O • • •

Рис.35 O O O O O O D D D

O O O O O O	O O O O O O	O O O O O O

Рис. 36

[правильность, рациональность, возможность решения развивающих и воспитательных задач].

8. Объясняя учащимся сочетательное свойство умножения, учитель предложил решить пример 5·(4-2) разными способами. Под его руководством учащиеся определили, что 5(4-2)=5-8=4О; [5-4]x x2=2О-2=4О; (5-2)-4=10-4=40. После выполнения нескольких примеров и их сравнения учащиеся сформулировали свойство так: «Умножить число на произведение можно различными способами: найти произведение и умножить число на полученное значение произведения; умножить число на первый множитель и полученный результат умножить на второй множитель; умножить число на второй множитель и результат умножить на первый множитель». Учитель также предложил решить задачу разными способами: «У Олега и Димы по 3 коробки карандашей. В каждой по 5 карандашей. Сколько всего карандашей у мальчиков?». Какие методы использовал учитель в своем объяснении? Определите их целесообразность. Разработайте наглядное средство к данному уроку.
9. С какой целью учитель предложил составить примеры на умножение и деление по рисунку (рис. 36)? Сравните компоненты действий умножения и деления в полученных примерах: 5-3=15, 15:5=3, 15:3=5. Можно ли таким методическим приемом подвести учащихся к выводу о том, что, если произведение разделить на один множитель, то получится второй множитель?

3.2. ИЗУЧЕНИЕ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

3.2.1. Сложение и вычитание чисел первого десятка

Изучение данной темы направлено на решение следующих задач:

- познакомить учащихся со смыслом сложения и вычитания, показать их взаимосвязь;

- научить показывать и называть компоненты и результаты сложения и вычитания;
- сформировать знания о знаках сложения, вычитания и равенства (плюс, минус, равно), умение их использовать при записи арифметических примеров;
- обучить вычислительным приемам присчитывания и отсчитывания, сложения по частям, вычитания по частям, вычитания на основе знания соответствующего случая сложения;
- изучить переместительное свойство сложения;
- познакомить с таблицей сложения и соответствующими случаями вычитания.

Сложение и вычитание в пределах десяти можно изучать в такой последовательности:

- сложение и вычитание вида а + 1 и а - 1. В основе данного вычислительного приема лежит знание нумерации чисел первого десятка: прибавить 1, значит получить следующее в ряду число, вычесть 1 — получить предыдущее;
- изучение приемов прибавления и вычитания 2, 3, 4. В основе данного вычислительного приема лежит умение прибавлять (вычитать) по единице и знание состава числа;
- случаи вида а+ 5 (6, 7, 8, 9). Основой данного вычислительного приема является знание переместительного свойства;
- прием вычитания *а-5* (6, 7, 8, 9), в основе которого лежит знание связи между суммой и слагаемыми;
- выполнение действий с нулем (а + 0; 0 + а; а - 0).

При изучении сложения и вычитания чисел первого десятка важную роль играют предметно-практические наглядные и электронные средства. Их подбирают в соответствии с целями и задачами урока, а также возрастными особенностями и уровнем подготовки учащихся начальной школы.

Можно применять следующие индивидуально-раздаточные и демонстрационные наглядные средства: предметы (игрушки, реальные предметы), картинки с изображением различных натуральных предметов, счеты, абак, набор геометрических фигур и др.

Важно, чтобы учащиеся самостоятельно выполняли практические действия с раздаточным дидактическим материалом. На уроках математики в 1 классе обязательна организация практической работы, направленной на непосредственное выполнение действий над предметными множествами, соотнесение этих действий со сложением и вычитанием.

Вычисления вида a ± 1. Первый вычислительный прием имеет вид a± 1. В основе данного вычислительного приема лежит принцип образования чисел в натуральном ряду (знание свойств натурального ряда чисел): каждое следующее число на единицу больше предыдущего, а каждое предыдущее на единицу меньше последующего. Выполняя вычисления данного вида, учащиеся усваивают, что если прибавить единицу, то получится число, следующее за данным, если вычесть единицу, то предыдущее.

Наглядными пособиями для демонстрации этого приема служат числовая лесенка, линейка и другие изображения натурального ряда чисел.

При использовании линейки для определения значения заданного выражения нельзя допустить, чтобы учащиеся механически определяли место числа и делали от него «шаг» влево или вправо к предыдущему или последующему числу. Важно, чтобы они понимали, что указанное число характеризует численность множества предыдущих чисел (включая себя).

Каждую цифру на линейке учащийся должен соотносить с определенным числом сантиметров, которые он будет присчитывать и отсчитывать (рис. 37).

Поэтому удобно пользоваться предметно-практическими наглядными средствами. Например, учитель демонстрирует крути, учащиеся их пересчитывают, потом учитель добавляет еще один круг и просит определить, сколько стало кругов (т. е. выполнить операцию присчитывания); аналогично демонстрируется операция отсчитывания (рис. 38). Ход и результаты операций записываются в виде арифметического примера.

Следует учитывать, что операция отсчитывания усваивается учащимися труднее, поскольку меньше связана с предметно-практическими бытовыми ситуациями. В связи с этим полезно использовать ситуации, в которых необходимо выполнять отсчитывание по одному, например найти номер места в зале, если известны только десятое и девятое места.

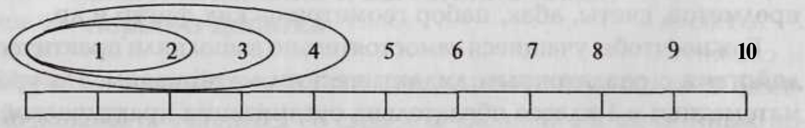


Рис. 37

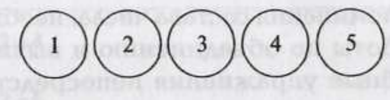


Рис. 38

Вычисления вида *a* ± *2* (3,4). Следующая группа вычислительных приемов имеет вид: *a* ±*2* (3, 4). Самый ответственный этап — рассмотрение случаев вида a ± 2. Научившись прибавлять и вычитать 2, учащиеся легко усвоят способы вычисления a ± 3, a ± 4.

Выражения вида *a* ± *2* можно решать следующими способами:

- прибавление (вычитание) по единице;
- сложение (вычитание) с опорой на знание состава числа.

Прием отсчитывания или присчитывания единицы рассматривается на подготовительном этапе ознакомления с данными случаями сложения и вычитания. Далее предлагаются задания вида: a + 1 + 1; a—1 — 1. Каждый раз необходимо обращать внимание учащихся на то, что всего прибавили (вычли) 2. Рассуждения могут быть следующими: «КЗ прибавляем 1, получаем следующее число — 4. К 4 прибавляем 1, получаем 5. Всего к 3 прибавили две единицы. К 3 прибавляем 2, получаем 5».

Можно использовать те же наглядные средства, что и при ознакомлении с приемом вычисления случаев *a*±\. Это предметные наглядные средства для выполнения практических действий и модели натурального ряда чисел.

Решать примеры вида *a*±*2* можно также, опираясь на знание состава числа. Состав чисел учащиеся усваивают при объединении двух предметных множеств, а также при разбиении множества на подмножества и пересчете их элементов. После изучения состава числа учащиеся приступают к составлению и решению арифметических выражений на сложение и вычитание, соответствующих изученному составу. Учащимся становится доступным выполнение упражнений, в которых требуется вставить пропущенный компонент сложения.

Так, например, зная, что 3 состоит из 1 и 2, учащиеся могут составить и решить четыре арифметических примера: 1 + 2; 2 + 1; 3-1; 3-2. Таким образом, можно сложить 1 и 2; переставить слагаемые и сложить 2 и 1; из числа 3 вычесть число 1, получить при этом число 2, из числа 3 вычесть число 2 и получить число 1.

Взаимосвязанные ситуации позволяют проанализировать число, сопоставить компоненты и результат действий. Чтобы избежать механического запоминания состава числа, необходимо выполнять практические работы по объединению и вычитанию множеств предметов. Подобные упражнения непосредственно связаны с арифметическими действиями — сложением и вычитанием. Поэтому важно не только рассматривать состав числа, но и выполнять арифметические действия над числами, а также решать арифметические задачи, в которых требуется применение изученного.

Прибавление и вычитание трех и четырех проводится аналогично. С помощью наглядных средств демонстрируют различные способы прибавления и вычитания этих чисел, например: $5+4=5+1+1+1+1=9$; $5+2+2=9$. Это позволяет познакомить учащихся с порядком выполнения действий в выражении без скобок, подготовить их к изучению свойств сложения.

Вычисления вида а + 5 (6, 7, 8, 9). Основой для выполнения решения примеров вида а+5 (6, 7, 8, 9) является переместительное свойство сложения. Поэтому сначала учащихся знакомят с переместительным свойством сложения. Если программа изучения предполагает использование этого свойства для решения примеров вида а+2 (3, 4) (на основе знаний о составе числа), то знакомство со свойством происходит раньше, а на данном этапе осуществляется его повторение.

На этапе обобщения полученных знаний учащиеся под руководством учителя составляют таблицу сложения в пределах десяти (рис. 39).

Многими программами оговорена необходимость знания наизусть табличных случаев сложения и вычитания. Для достижения этой цели предлагается в каждый урок включать разнообразные упражнения.

Важно, чтобы учащиеся осознавали: использование переместительного свойства сокращает в два раза количество случаев, которые необходимо запомнить.

Вычисления вида а - 5 (6, 7, 8, 9). В основе изучения приема вычитания для случаев вида а-5 (6, 7, 8, 9) лежит знание учащимися взаимосвязи между суммой и слагаемыми, а также знание состава чисел из слагаемых.

В подготовительный период проводится работа по закреплению состава чисел из слагаемых в пределах 10. Перед введением нового приема учащиеся знакомятся с взаимосвязью между сложением и вычитанием. Работу можно начинать с иллюстрации. Нужно взять 4 красных треугольника и 3 синих, найти, сколько всего треугольников, и записать выражение к данной иллюстрации: $4+3=7$. Затем из 7 треугольников нужно убрать 3 синих (останется 4 красных)

2+2=4			
3+2=5			
4+2=6	3+3=6		
5+2=7	4+3=7		
6+2=8	5+3=8	4+4=8	
7+2=9	6+3=9	5+4=9	
8+2=10	7+3=10	6+4=10	5+5=10

Рис. 39

и записать выражение: $7-3=4$. После этого из 7 треугольников нужно убрать 4 красных и записать выражение: $7-4=3$. Сравнение примеров $3+4=7$, $7-3=4$ и $7-4=3$ подводит учащихся к выводу: если из суммы вычесть одно из слагаемых, получается другое слагаемое. Закрепление осуществляется при выполнении различных заданий по заполнению таблиц (табл. 5).

Приведем пример ознакомления с поиском значений выражений данного вида. Учитель предлагает пример 9-7, который учащиеся могут решить, используя прием вычитания по частям: 9-3-4; 9-2-5 и т. п. Учитель предлагает более удобный способ решения примера: «заменяем число 9 суммой чисел 7 и 2 ($9=7+2$). Если из суммы вычесть одно из слагаемых, то получим другое слагаемое». Записывают так:

$$9-7$$
$$9=7+2$$
$$9-7=2.$$

Для некоторых учащихся такие рассуждения весьма затруднительны. Легче для восприятия следующие рассуждения: «Чтобы из

Таблица 5

Слагаемое	8	2	5	
Слагаемое	1		4	3
Сумма		7		9

9 вычесть 7, нужно подобрать такое число, которое надо прибавить к 7, чтобы получить 9». Таким образом, в основе данного вычислительного приема лежит знание смысла действия вычитания.

Действия с нулем. Особое внимание уделяется действиям с нулем. Усвоить правило выполнения операций а+0; 0 + а; а-0 помогает создание предметно-практической ситуации и соотнесение ее с математической записью, например: «У Кати в одном кармане лежали 2 конфеты, а в другом кармане конфет не было. Сколько конфет у Кати в двух карманах?» Учащиеся понимают, что ответ — «2 конфеты», но когда им необходимо сделать математическую запись, у них вызывает трудности подбор нужных знаков и цифр. Требуется тренировка решения примеров данного вида и их анализ.

3.2.2. Сложение и вычитание чисел второго десятка

Изучение данной темы направлено на решение следующих задач:

- повторить вычислительные приемы сложения и вычитания в пределах 10;
- научить приемам сложения и вычитания, основанным на знаниях нумерации чисел в пределах 20;
- сформировать умение выполнять сложение двузначного и однозначного чисел, вычитание из двузначного числа однозначного без перехода через разряд;
- обучить вычислительным приемам сложения и вычитания с переходом через разряд.

Рассматриваются следующие случаи сложения и вычитания:

- сложение и вычитание на основе знания нумерации;
- сложение и вычитание без перехода через разряд;
- сложение и вычитание с переходом через разряд.

Приемы сложения и вычитания на основе знания нумерации чисел второго десятка (например, 10 + 5=15, 15-5=10, 14+1, 15-1) учащиеся осваивают непосредственно при изучении нумерации (см. подразд. 2.3).

Сложение и вычитание без перехода через разряд. При изучении сложения и вычитания без перехода через разряд в пределах второго десятка рассматриваются следующие случаи: сложение двузначного и однозначного чисел; вычитание однозначного числа из двузначного; получение суммы 20 и вычитание из 20 однозначного числа; вычитание двузначного из двузначного.

Чтобы выполнить сложение двузначного и однозначного чисел нужно двузначное число представить в виде суммы разрядных слагаемых и, применив сочетательное свойство сложения, найти сумму единиц, а затем прибавить ее к десятку, например:

$$\mathbf{15+3}=(10+5)+3=10+(5+3)=10+8=18.$$

Если предлагается к однозначному числу прибавить двузначное, то следует сначала применить переместительное свойство сложения и далее выполнить сложение по приведенному алгоритму.

Если программой не предусмотрено изучение сочетательного свойства сложения, его применяют в неявном виде, т. е. учащимся сообщают правило: «Единицы складываем с единицами и прибавляем десяток». Изучение данного алгоритма готовит учащихся к выполнению устного сложения двузначных чисел.

При вычитании однозначного числа из двузначного следует познакомить учащихся с алгоритмом: разложить двузначное число на сумму разрядных слагаемых, далее найти разность единиц и прибавить их к десятку. Несмотря на то, что в основе данного алгоритма лежит правило вычитания числа из суммы, учащимся его не сообщают. С ними проговаривают правило вычитания разрядных единиц: «Единицы вычитаем из единиц и прибавляем десяток, например, 14-3=(10+4)-3=10+(4-3)=10+1=11».

Следует отдельно рассмотреть случаи получения суммы 20 и вычитания из 20 однозначного числа. Разбор алгоритмов для данных случаев позволяет подготовить учащихся к изучению приемов сложения и вычитания двузначных чисел.

При получении суммы 20 алгоритм прибавления к двузначному числу однозначного усложняется, появляется необходимость сложить десятки, например:

$$14+6=(10+4)+6=10+(4+6)=10+10=20.$$

Если учащиеся в соответствии с программой еще не приступали к сложению разрядных десятков, необходимо отдельно познакомить их с данным приемом.

При вычитании из 20 однозначного числа нужно представить 20 как сумму 10 и 10, после вычесть число из одного десятка, сложить полученное при вычитании число и оставшийся десяток.

Например, 20-6=(10+ 10)-6=10+ (10-6) = **10** +4= 14. Когда учащиеся познакомятся с числами в пределах ста, данный алгоритм применяется при вычитании однозначного числа из разрядных десятков.

Вычитание двузначного из двузначного выполняют следующим способом: вычитаемое представляют в виде суммы разрядных слагаемых, далее выполняют вычитание каждого слагаемого, например:

$$17-12=17-(10+2)=17-10-2=5,$$
$$20-12=20-(10+2)=20-10-2=8.$$

Выполнение сложения и вычитания в пределах двадцати без перехода через разряд требует разложения числа на сумму разрядных слагаемых. Это значительно осложняет математическую запись. Поэтому многими методистами допускается использование схем. От числа, которое следует разложить на сумму разрядных слагаемых, отводят вниз две стрелки, под которыми записывают разрядные слагаемые, и в записи примера пропускают данный этап:

$$\underset{10\quad 4}{14}-3=10+(4-3)=10+1=11.$$

Наглядный материал при изучении сложения и вычитания в пределах второго десятка без перехода через разряд подбирают с целью продемонстрировать правило сложения и вычитания разрядных единиц: десятки складываются с десятками (вычитаются из десятков), единицы складываются с единицами (вычитаются из единиц). Это могут быть предметные наглядные средства (палочки, связанные в пучки, и отдельные палочки; цепочки шариков, соединенных по десять, и отдельные шарики и т.д.) и схематическое наглядное средство, показывающее, из каких разрядных слагаемых состоит число:

$$\underset{10\quad 2}{12}$$

Сложение и вычитание с переходом через разряд. Изучению табличных случаев сложения и вычитания однозначных чисел с переходом через десяток уделяется в практике обучения особое внимание, так как усвоение данного алгоритма вызывает у учащихся наибольшие затруднения.

На подготовительном этапе учащиеся знакомятся с приемом дополнения, т.е. выполняют задания вида «дополни до 10». Учитель поясняет, что дополнить число 8 до 10 — это значит подобрать такое

число, которое в сумме с числом 8 дает 10. Также учащиеся выполняют сложение и вычитание чисел на основе знания нумерации чисел второго десятка. Например,

$$10+5=15,\ 15-5=10,\ 14+1,\ 15-1.$$

Кроме того, учащимся предлагают примеры на применение знания о нумерации чисел и алгоритмах арифметических действий в пределах первого десятка:

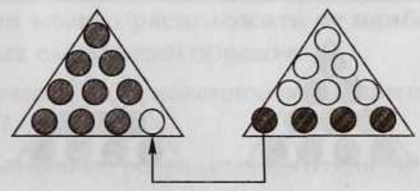
$$6+4+5=10+5=15; \quad 15-5-1=10-1=9.$$

Рассуждения при этом могут быть примерно такими: «15 — это 10 и 5, вычитаем 5, получаем 10. Из 10 вычитаем единицу, получаем предыдущее число — 9».

При ознакомлении с приемами сложения и вычитания однозначных чисел с переходом через десяток рекомендуется использовать демонстрационное наборное полотно, на котором учитель предлагает проиллюстрировать пример на сложение однозначных чисел с переходом через разряд, например 9 + 4: на верхнюю полочку кладет 9 красных кружков, на нижнюю полочку — 4 синих кружка, затем перекладывает один из четырех на верхнюю полочку, получает на верхней полочке 10 кружков, на нижней — 3 (всего 13). После этого учитель предлагает записать рассуждения, т. е. переводит практическую ситуацию на язык математики:

$$9+4=9+(1+3)=13.$$

Целесообразно также использовать демонстрационные и индивидуально-раздаточные модели десятка. Модель представляет собой треугольник, на котором нарисованы 10 окружностей. К ней прилагаются 10 кругов одного цвета. Нужно взять две модели и к ним 10 кругов одного цвета и 10 другого цвета. В первый треугольник кладут столько кругов, сколько указывает первое слагаемое, во второй кладут (закрывая окружности) круги другого цвета — сколько указано во втором слагаемом (рис. 40). Рассуждения проводятся



9+4=9+1+3=13

Рис. 40

так же, как и при использовании наборного полотна. Использование моделей десятка позволяет учащимся сразу определить, что необходимо сначала дополнить первое слагаемое до десяти, и для этого нужно разложить второе слагаемое на сумму удобных слагаемых.

Для усвоения этого приема учащиеся должны запомнить последовательность действий, уметь подбирать нужный случай разложения состава числа и дополнять однозначные числа до 10, выполнять разрядное сложение в пределах второго десятка.

Затем составляется таблица сложения однозначных чисел с переходом через десяток:

9 + 2=11; 8 + 3=11; 7 + 4=11; 6 + 5=11;
9 + 3=12; 8 + 4=12; 7 + 5=12; 6 + 6=12.
... ...
9 + 9=18;

Следует обратить внимание на то, почему каждая таблица заканчивается сложением одинаковых слагаемых и почему таблицу не нужно продолжать. В случае, если первое слагаемое больше второго, применяют переместительное свойство сложения.

Запоминание табличных случаев идет постепенно, предлагается начинать со случаев сложения одинаковых слагаемых:

6 + 6, 7 + 7, 8 + 8, 9 + 9.

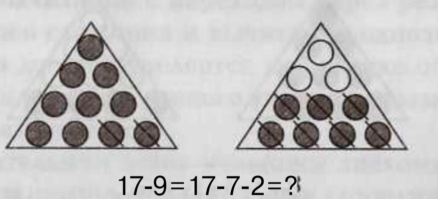
Пользуясь результатом сложения одинаковых слагаемых, находят сумму других слагаемых. Например,

6 + 6=12, 6 + 7=13.

Рассуждения при этом такие: «К 6 прибавляем 6, получаем 12. К 6 прибавляем 7: так как 7 на 1 больше, чем 6, то сумма 6 и 7 на 1 больше, 6 + 7=13».

Прием вычитания однозначного числа (например, 17—9) основан на взаимосвязи между суммой и слагаемыми: «17 — это 9 и 8, вычитаем 9, получаем 8».

Используют также правила вычитания суммы из числа:



17-9=17-7-2=?

Рис.41

17-9= 17-(7 +2) = 17-7-2=8.

В этом случае заменяют вычитаемое суммой удобных слагаемых, одно из которых равно количеству разрядных единиц уменьшаемого.

При изучении вычитания с переходом через разряд используют наборное полотно, модели десятков так же, как при сложении. Сначала берут столько кругов, сколько указывает уменьшаемое. При использовании моделей десятка они располагаются в двух треугольниках. Потом убирают сначала столько кругов, сколько нужно убрать, чтобы осталось 10. На модели видно, что убрать нужно круги во втором треугольнике. Затем убирают еще круги, чтобы всего было убрано столько кругов, сколько указано в вычитаемом (рис. 41). После проделанной практической работы выполняют математическую запись.

3.2.3. Сложение и вычитание чисел в пределах первой сотни

Изучение сложения и вычитания чисел в пределах первой сотни направлено на решение следующих задач:

- повторить вычислительные приемы сложения и вычитания в пределах 20, научить применять изученные вычислительные приемы при сложении и вычитании чисел первой сотни;
- научить приемам сложения и вычитания, основанным на знании нумерации чисел в пределах 100;
- сформировать умение выполнять сложение и вычитание двузначных чисел без перехода через разряд;
- обучить вычислительным приемам сложения и вычитания двузначных чисел с переходом через разряд.

Вычислительные приемы сложения и вычитания чисел в пределах первой сотни можно расположить от наиболее простых до наиболее сложных следующим образом:

- сложение и вычитание, основанное на знании нумерации (56 + 1, 56-1, 20 + 4, 27-7);
- сложение и вычитание разрядных десятков (40 + 20, 60-50);
- прибавление к двузначному числу и вычитание из двузначного числа разрядных десятков (46 + 30, 30 + 46, 46-30);

- сложение и вычитание двузначного и однозначного чисел без перехода через разряд (36 + 2, 58-3);
- сложение и вычитание двузначных чисел без перехода через разряд (51+42, 67-25);

а сложение двузначного числа с однозначным и двузначным числами, когда в сумме получаются разрядные числа, а также вычитание из разрядных чисел однозначного и двузначного чисел (36 + 4,36 + 24,60-7,60-27, 100-6, 100-46);

- сложение и вычитание двузначного и однозначного чисел с переходом через разряд (27 + 5, 42-6);
- сложение и вычитание двузначных чисел с переходом через разряд (46 + 38, 46-38).

Сложение и вычитание, основанные на знании нумерации, выполняют с использованием тех же наглядных средств, что и при изучении нумерации в пределах первой сотни (палочки, связанные в пучки; таблица разрядов и др.).

Учащиеся осваивают применение знаний о сложении и вычитании в пределах первого десятка в новых условиях, когда единицы являются не самостоятельным числом, а входят в разрядный состав двузначного числа. Можно предложить решить пары примеров, проанализировать компоненты действий:

5 + 1, 25 + 1; 5-1, 25-1.

Сложение и вычитание разрядных десятков сводятся к сложению и вычитанию однозначных чисел. Выполняя объединение и вычитание пучков палочек (10 палочек, связанные в пучок), учащиеся убеждаются, что десятки можно складывать и вычитать так же, как единицы. Им предлагают решить следующие группы примеров:

3 + 2, 3 д. + 2 д., 30 + 20; 3-2, 3 д.-2 д., 30-20.

Прибавление к двузначному числу и вычитание из двузначного числа разрядных десятков, сложение и вычитание двузначного и однозначного чисел без перехода через разряд готовят учащихся к изучению устного алгоритма сложения и вычитания двузначных чисел, например:

А. 54+ 30= (50+ 4)+30= 50+ 30+ 4=84.
Б. 74-30= (70+4)-30=70-30 +4=44.

Рассуждения учащегося должны быть следующими:

А. К 54 прибавляем 30. Число 54 состоит из 5 десятков и 4 единиц. Нужно прибавить 3 десятка к 5 десяткам и прибавить 4 единицы, получаем 84.

Б. Из 74 вычитаем 30. Число 74 состоит из 7 десятков и 4 единиц. Нужно из 7 десятков вычесть 3 десятка, получаем 4 десятка и еще остаются 4 единицы, всего вместе 44.

Потом учащиеся осваивают сложение и вычитание двузначного и однозначного чисел без перехода через разряд:

А. 74 + 3=(70 + 4)+3 = 70+(4 + 3)=77.
Б. 74-3=(70 + 4) -3 = 70+(4-3)=71.

Рассуждения учащегося следующие:

А. К 74 прибавляем 3. Число 74 состоит из 7 десятков и 4 единиц. Прибавляем к 4 единицам 3 единицы и еще 7 десятков, получаем 77.

Б. Из 74 вычитаем 3. Число 74 состоит из 7 десятков и 4 единиц. Из 4 единиц уменьшаемого вычитаем 3 единицы вычитаемого, получаем 1. Полученный результат прибавляем к 70, получаем 71.

Несмотря на то, что в основе выполнения данных примеров — сочетательное свойство сложения и правило вычитания числа из суммы, в методической литературе предлагается опираться на правило сложения и вычитания разрядных единиц: десятки складываются с десятками (вычитаются из десятков), единицы складываются с единицами (вычитаются из единиц). Можно использовать модельную форму записи:

74-3 = 70+ (4-3) = 71; 74 + 3 = 70+(4+3) = 77.

70 4 **70 4**

Далее изучают приемы сложения и вычитания двузначных чисел без перехода через разряд. Теперь нужно не первый, а второй компонент действия представить в виде суммы разрядных слагаемых и последовательно выполнить действие сначала с десятками, потом с единицами, применив правило сложения и вычитания разрядных единиц:

А. 74 + 23 = 74 + (20 + 3) = 74 + 20 + 3 = 97.
Б. 74-23=74-(20 + 3) = 74-20-3 = 51.
/ \
20 3

Рассуждения учащегося следующие:

А. К 74 прибавляем 23. Второе слагаемое 23 состоит из 2 десятков и 3 единиц. Прибавляем к 74 сначала 20, потом еще 3, получаем 97.

Б. Из 74 вычитаем 23. Вычитаемое 23 состоит из 2 десятков и 3 единиц. Отнимаем от 74 сначала 20, потом еще 3, получаем 51.

При изучении приемов сложения двузначного числа с однозначным или двузначным числом, когда в сумме получается разрядное число, а также вычитания из разрядных чисел однозначного или двузначного числа необходимо указывать на то, что действия производятся с единицами, но изменяется и количество десятков.

В примерах вида 36 + 4, 36 + 24 сумма единиц равна 10, этот десяток необходимо прибавить к десяткам:

36 + 4 = 30 + (6 + 4) = 30 + 10 = 40;
36 + 24 = 36 + 20 + 4 = 56 + 4 = 50 + (6 + 4) = 50 + 10 = 60.

Рассуждения проводятся аналогично рассуждениям при сложении двузначного и однозначного числа без перехода через разряд и сложению двузначных чисел без перехода через разряд.

Выполняя вычитание вида 40-6, нужно представить число 40 в виде суммы чисел (30+ 10) и вычесть нужное количество единиц вычитаемого (6) из десятка. Арифметический пример учащиеся при этом записывают так:

40-6 = 30+ (10-6) = 34.

30 10

Рассуждение проводится так же, как при вычитании однозначного числа из двузначного без перехода через разряд с той лишь разницей, что уменьшаемое представляется в виде суммы удобных слагаемых, одно из которых 10.

При вычитании двузначного числа добавляется этап вычитания разрядных десятков вычитаемого и полученное уменьшаемое представляется в виде суммы разрядных слагаемых, одно из которых 10. Полная запись следующая:

60-27 = 60-(20 + 7) = 60-20-7 = 40-7 =
= (30+10)-7 = 30+(10-7) = 30+3 = 33.

Рассуждения учащегося могут быть такими: «Чтобы из 60 вычесть 27, нужно заменить 27 суммой разрядных слагаемых (20 + 7) и последовательно вычесть из 60 каждое слагаемое. Из 60 вычитаем 20, получаем 40. Теперь из 40 вычитаем 7. Для этого у 40 «занимаем» десяток, представляем 40 в виде суммы удобных слагаемых 30 и 10, из 10 вычитаем 7, остается 30 и 3, всего 33».

В случаях сложения и вычитания двузначных чисел данного вида необходимо именно второй компонент действия представить в виде суммы разрядных слагаемых, а далее последовательно выполнить действие сначала с десятками, а потом с единицами.

Сложение и вычитание двузначных чисел с переходом через разряд вызывает у учащихся наибольшие трудности, так как количество операций в примере значительно возрастает. Поэтому не-

обходимо уделить пристальное внимание подготовительному периоду, задача которого — добиться устойчивого навыка сложения однозначных чисел с переходом через разряд, вычитания из двузначного числа однозначного с переходом через разряд, сложения и вычитания разрядных чисел.

Сначала выполняется сложение и вычитание двузначного и однозначного числа с переходом через разряд:

А. 74 + 9 = 74 + 6 + 3 = 80 + 5 = 83.
Б. 74-9 = 74-4-5 = 70-5 = 65.

Рассуждения учащегося могут быть следующими:

А. К 74 прибавляем 9. Сумма единиц первого и второго слагаемых больше десяти, поэтому прибавляем второе слагаемое по частям. Чтобы получить целое число десятков, нужно к 74 прибавить 6, поэтому представим второе слагаемое 9 в виде суммы удобных слагаемых: 6 и 3. Прибавляем к 74 сначала 6, потом 3, получаем 83.

Б. Из 74 вычитаем 9. Из единиц уменьшаемого нельзя вычесть единицы вычитаемого, поэтому будем вычитать вычитаемое по частям. Чтобы получить целое число десятков, нужно из 74 вычесть 4, поэтому представим вычитаемое 9 в виде суммы удобных слагаемых: 4 и 5. Вычитаем из 74 сначала 4, потом 5, получаем 65.

В полной многоступенчатой записи примера на сложение (вычитание) двузначных чисел с переходом через разряд часто допускают ошибки: пропуски компонентов действий, знаков («равно», «плюс», «минус»). Поэтому можно использовать схематичную запись (запись с указанием под числом, на какие разрядные или удобные слагаемые его следует разложить). Учащимся, умеющим без ошибок использовать алгоритм, можно разрешить сразу записывать ответ. Однако нецелесообразно совсем отказываться от полной многоступенчатой записи, необходимо, чтобы учащиеся, решая пример, проговаривали ход каждой операции. Это позволит подготовить к решению примеров, требующих выполнения последовательных преобразований, а также развивать регулирующую функцию мышления, умение планировать и контролировать свою деятельность.

Полная запись примера может быть следующей:

34 + 28 = 34 + 20 + 8 = 54 + 8 = 54 + 6 + 2 = 62;
74-28 = 74-(20 + 8) = 74-20-8 = 54-8 = 54-4-4 = 46.

Можно использовать следующую модельную схему примера на вычитание:

74-28 = 74-20-8 = 54-8 = 54-4-4 = 46.
↙ ↘ ↙ ↘
20 8 4 4

При использовании правила «складывай десятки с десятками, единицы с единицами» («вычитай десятки из десятков, единицы из единиц») ход решения и запись примера могут быть и другими. Например:

$45 + 23 = (40 + 5) + (20 + 3) = 40 + (5 + 20) + 3 = 40 + (20 + 5) + 3 =$
$= (40 + 20) + (5 + 3) = 60 + 8 = 68.$

Такие рассуждения и выполнение действий слишком трудны для учащихся. Поэтому программой предусматривается ознакомление с письменными приемами вычисления. Учитель показывает форму записи и алгоритм письменного сложения:

$$+\begin{array}{r}45\\ \underline{23}\\ \mathbf{68}\end{array}\qquad -\begin{array}{r}45\\ \underline{23}\\ \mathbf{22}\end{array}$$

Рассуждения ученика могут быть следующими: «Пишем десятки под десятками, единицы под единицами. Складываем (вычитаем) единицы, ответ записываем под единицами. Складываем (вычитаем) десятки, записываем ответ под десятками».

Внимание учащихся обращают на то, что при такой форме записи сначала нужно выполнить действие с единицами и лишь потом — с десятками.

Чтобы подготовить учащихся к выполнению письменного сложения и вычитания чисел с переходом через разряд, рассматривают письменные приемы сложения двузначного числа с однозначным или двузначным числом, когда в сумме получаются разрядные числа, а также приемы вычитания из разрядных чисел однозначного и двузначного чисел:

$$\text{А. } +\begin{array}{r}\overset{1}{4}5\\ \underline{25}\\ \mathbf{70}\end{array}\qquad \text{Б. } -\begin{array}{r}\overset{\bullet}{4}\overset{10}{0}\\ \\ 25\end{array}$$

Рассуждения ученика могут быть следующими:

А. К 45 прибавляем 25. Записываем единицы под единицами, десятки под десятками. Складываем единицы. К 5 прибавляем 5, получаем 10. В числе 10 ноль единиц, поэтому в значении суммы в разряде единиц пишем 0, а 1 десяток прибавляем к десяткам, записываем 1 над десятками и находим сумму десятков — всего 7 десятков. В значении суммы в разряде десятков пишем 7. Получилось 70.

Б. Из 40 вычитаем 15. Единицы пишем под единицами, десятки — под десятками. Начинаем выполнять действие с единиц. Из

0 вычесть 5 мы не можем, поэтому «занимаем» 1 десяток в разряде десятков и дробим его на 10 единиц. (Над разрядом десятков ставим точку, теперь десятков в уменьшаемом на один меньше, над разрядом единиц пишем 10.) Из 10 вычитаем 5, остается 5. Пишем 5 в значении разности в разряде единиц. Находим разность десятков. В уменьшаемом осталось 3 десятка, вычитаем еще 1, остается 2 десятка. В значении разности в разряде десятков пишем 2. Получилось 25.

Затем можно познакомить учащихся с письменными приемами сложения и вычитания с переходом через разряд:

$$\text{А. } +\begin{array}{r}\overset{1}{4}5\\ \underline{27}\\ \mathbf{72}\end{array}\qquad \text{Б. } -\begin{array}{r}4\overset{10}{2}\\ \underline{15}\\ 27\end{array}$$

Рассуждения ученика могут быть следующими:

А. К 45 прибавляем 27. Пишем единицы под единицами, десятки под десятками. Складываем единицы. К 5 прибавляем 7, получаем 12. Число 12 состоит из 1 десятка и 2 единиц, поэтому в значении суммы в разряде единиц пишем 2, а 1 десяток прибавляем к десяткам, записываем 1 над десятками и находим сумму десятков — всего 7 десятков. В значении суммы в разряде десятков пишем 7. Получилось 72.

Б. Из 42 вычитаем 15. Единицы пишем под единицами, десятки — под десятками. Начинаем выполнять действие с единиц. Из 2 вычесть 5 мы не можем, поэтому «занимаем» 10 единиц в разряде десятков. Над разрядом десятков ставим точку, теперь десятков в уменьшаемом на один меньше. Над разрядом единиц пишем 10. Теперь 5 вычитаем из 12, потому что десяток занимали и еще 2 единицы в уменьшаемом было. Из 12 вычитаем 5, остается 7. Пишем 7 в значении разности в разряде единиц. Находим разность десятков. В уменьшаемом осталось 3 десятка, вычитаем еще 1, остается 2 десятка. В значении разности в разряде десятков пишем 2. Получилось 27.

На первых этапах изучения письменных приемов вычислений необходимо требовать от учащихся проговаривания хода выполнения действия. Это позволит им усвоить алгоритм, самостоятельно использовать его при решении аналогичных примеров с большими числами.

Объяснение каждого нового случая сложения и вычитания проводится на наглядных пособиях и дидактическом материале, которые использовались при изучении нумерации.

Для большей наглядности, а также лучшего понимания позиционного значения цифр в числе запись единиц и десятков на доске и в тетрадях некоторое время можно делать разными цветами.

Фрагмент урока

Тема. Изучение письменных приемов сложения и вычитания.

Задачи. Повторить нумерацию чисел в пределах первой сотни; закрепить умение выполнять сложение и вычитание, основанное на знании нумерации, прибавлять к двузначному числу и вычитать из двузначного числа разрядные десятки, складывать и вычитать однозначные и двузначные числа без перехода и с переходом через разряд; познакомить учащихся с алгоритмами письменного сложения и вычитания чисел в пределах первой сотни; показать форму записи письменных приемов сложения и вычитания.

Устный счет. 1. Посчитайте десятками от 30 до 80, от 100 до 60.

2. Вставьте пропущенные числа: 74, 75.....77, 78, ..., ..., ..., 82.

3. Охарактеризуйте число 49. Между какими числами стоит это число? Сколько в числе разрядных десятков и единиц? Какими цифрами записано число? Округлите число.

4. Назовите число, которое состоит из 6 десятков и 3 единиц.

5. Замените число 56 суммой разрядных слагаемых.

6. Найдите ошибки: $57 + 30=87$; $46-2=26$; $76 + 4=90$; $62-5=57$.

7. В магазин привезли 100 штук яиц в коробке. Один покупатель купил 3 десятка яиц, другой на 2 десятка меньше, чем первый. Сколько яиц осталось для продажи?

Актуализация знаний. Решим пример: $32 + 45$. Объясним ход его решения:

$32+45=32+(40+5)=(32+40)+5=72+5=77$. К 32 прибавляем 45. Второе слагаемое 45 состоит из 4 десятков и 5 единиц, прибавляем к 32 сначала 40, потом еще 5, получаем 77.

Найдем значение выражения 74-23:

$74-23=74-(20+3)=74-20-3=54-3=51$. Из 74 вычитаем 23. Вычитаемое 23 состоит из 2 десятков и 3 единиц, вычитаем из 74 сначала 20, потом еще 3, получаем 51.

Усвоение новых знаний. Эти примеры вы решали устными приемами, так нужно считать в уме. Сегодня мы познакомимся с письменными приемами сложения и вычитания. Выполним еще раз сложение 32 и 45, но сделаем другую запись. Расположим слагаемые одно под другим «в столбик». Обратите внимание, что единицы располагаются под единицами, а десятки под десятками. Слева между слагаемыми поставим знак «плюс». Под вторым слагаемым проведем черту, она заменяет знак «равно».

Начнем выполнять сложение с разряда единиц. К 2 единицам прибавим 5 единиц, получим 7 единиц. Под единицами запишем 7. Сложим десятки. К 3 десяткам прибавим 4 десятка, получим 7 десятков. Запишем под десятками 7. Какое число получилось в результате сложения? (77).

Вычитание выполняется аналогично. Решим еще раз пример 74-23, используя запись примера «в столбик». Как нужно записывать числа? (Одно под другим, разряд под разрядом.) Запишем 74. Где запишем единицы числа 23 — цифру 3? (Под цифрой 4.) Где запишем число десятков вычитаемого — цифру 2? (Под цифрой 7.) Почему? (Потому что цифра 7 показывает количество десятков в уменьшаемом, а нам нужно записать десятки под десятками.) Где поставим знак «минус»? (Слева от компонентов действий, между ними.) Что обозначает черта под вычитаемым? (Знак «равно»). С какого разряда начнем выполнять действие? (С разряда единиц.) Из 4 единиц вычитаем 3 единицы, получаем 1. Пишем цифру 1 под единицами. Выполняем действие с десятками. Из 7 десятков вычитаем 2 десятка, получаем 5 десятков. Пишем цифру 5 под десятками. Какое число получилось в результате вычитания? (51.) Запись должны быть такой:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}32\\ \underline{45}\\ 77\end{array} \qquad -\begin{array}{r}74\\ \underline{23}\\ 51\end{array}\end{array}$$

Применение полученных знаний. Как выполняется запись примера, если мы будем при решении пользоваться письменными приемами сложения и вычитания? Что нужно записать под единицами первого компонента действия? Что нужно записать под десятками первого компонента действия? Где ставится знак действия? Как записывается знак «равно»? С какого разряда нужно начинать выполнять действие? Что нужно прибавить к единицам первого слагаемого? Что нужно прибавить к десяткам первого слагаемого? Что нужно вычесть из единиц уменьшаемого? Что нужно вычесть из десятков уменьшаемого? Где записывается результат действия с единицами? С десятками?

Прочитайте равенство $-\begin{array}{r}94\\ \underline{23}\\ 71\end{array}$. Назовите уменьшаемое. Сколько единиц в уменьшаемом? Сколько десятков в уменьшаемом? Назовите вычитаемое. Сколько единиц в вычитаемом? Сколько десятков в вычитаемом? Как расположены единицы уменьшаемого и вычитаемого? Как расположены десятки уменьшаемого и вычитаемого? Что означает цифра 1 в значении разности? Как получилось число 1 в значении разности? Что означает цифра 7 в значении разности? Как получилось число 7 в значении разности?

Продолжение урока. Работа по учебнику и в тетради.

3.2.4. Сложение и вычитание чисел в пределах первой тысячи

Изучение сложения и вычитания чисел в пределах первой тысячи направлено на решение следующих задач:

- повторить вычислительные приемы сложения и вычитания в пределах первой сотни;
- научить устным приемам сложения и вычитания в пределах первой тысячи;
- научить письменным приемам сложения и вычитания в пределах первой тысячи.

Выделяют устные и письменные вычислительные приемы сложения и вычитания чисел в пределах первой тысячи.

Устные приемы сложения и вычитания. Используют следующие устные приемы сложения и вычитания:

- сложение и вычитание на основе знания нумерации чисел — сложение и вычитание целых сотен и единиц, целых сотен и десятков: (500 + 7, 507-7, 507-500; 500 + 30, 530-30, 530-500; 500 + 67, 567-67, 567-500), прибавление и вычитание единицы (693+1,799+1,472-1,600-1);
- сложение и вычитание разрядных сотен (300+100, 300 + 200, 400-100,400-200);
- сложение целых десятков и соответствующие случаи вычитания (80 + 50, 130-50; 340 + 70, 410-70; 640 + 320, 960-320; 340 + 60, 400-60);
- сложение трехзначных чисел и разрядных единиц, десятков, сотен без перехода через разряд и соответствующие случаи вычитания (640 + 300, 940-300; 640 + 30, 670-30; 456 + 2, 458-2).

Изучая нумерацию чисел в пределах тысячи, учащиеся осваивают счет сотнями, потом сотнями и десятками, и далее сотнями, десятками и единицами, записывают и решают соответствующие примеры (300+100, 300-100, 300+10, 350+10, 300-10, 350-10, 599+ 1, 345+ 1, 500-1, 345-1), учатся заменять трехзначное число суммой разрядных слагаемых и применять данное умение при выполнении арифметических действий, например: 599+ 1 = (500+ 99) + +1=500+(99+1)=500+100=600.

С опорой на знание поразрядного строения числа выполняется сложение и вычитание целых сотен и единиц, целых сотен и десятков. Ниже приведены рассуждения учащихся при решении примеров:

А. 500 + 67.

Б. 567-67.

А. К 500 прибавляем 67. В числе 500 в разряде десятков и единиц стоит нуль, прибавляем 6 десятков и 7 единиц числа 67. Значение суммы состоит из 5 сотен, 6 десятков и 7 единиц, это число 567.

Б. Из 567 вычитаем 67. Число 567 состоит из 5 сотен, 6 десятков и 7 единиц. Вычитаем 6 десятков и 7 единиц числа 67. Остается 5 сотен. Значение разности — 500.

Прием прибавления и вычитания единицы основан на знании свойства натурального ряда чисел. Учащиеся осваивают применение своих знаний и умений в получении предыдущего и последующего чисел при выполнении операций с трехзначными числами.

После обучения считать сотнями (увеличивать и уменьшать разрядные сотни на сто), демонстрации взаимосвязи образования однозначного, двузначного и трехзначного чисел предлагается рассмотреть прием сложения и вычитания разрядных сотен, например, 300 + 200, который сводится к сложению и вычитанию однозначных чисел: 3 с.+2 с.=5 с.

Сложение целых десятков и соответствующие случаи вычитания можно соотнести со сложением и вычитанием однозначных и двузначных чисел, например, 80 + 50=8 д.+5 д., 130-50= 13 д.-5 д., 640 + 320=64 Д.+32 д., 340 + 60=34 д.+6 д., 640-320=64 д.-32 д. Для этого необходимо повторить приемы сложения и вычитания в пределах ста, упражняться в определении количества десятков в числе. Можно использовать правило прибавления суммы к числу и суммы к сумме, правило вычитания суммы из числа. Если учащиеся еще не познакомились с этими правилами в соответствии с программой, то можно использовать уже известное им правило сложения и вычитания разрядных единиц: «Складывай единицы с единицами, десятки с десятками, вычитай единицы из единиц, десятки из десятков», которое дополняется требованием складывать сотни с сотнями (вычитать сотни из сотен).

Можно познакомить учащихся с разными приемами вычисления и предложить другой способ.

Примеры 640 + 320, 130-50, 640-320 решаются так:

А. 640 + 320=640 + (300 + 20) = (640 + 300) +20=940 + 20=960.

Б. 130-50= 130-(30+ 20) = 130-30-20=80.

В. 640-320=640-(300+ 20) =640-300-20=320.

Рассуждения учащегося могут быть следующими:

А. К 640 прибавляем 320. Второе слагаемое (320) состоит из 3 сотен и 2 десятков, прибавляем к 640 сначала 300, потом еще 20, получаем 960.

Б. Из 130 вычитаем 50. В уменьшаемом разрядных десятков меньше, чем в вычитаемом, поэтому вычитаемое вычитаем по частям и представляем его в виде удобных слагаемых (30 и 20). Вычитаем из 130 сначала 30, потом еще 20, получаем 80.

В. Из 640 вычитаем 320. Вычитаемое 320 состоит из 3 сотен и 2 десятков, вычитаем из 640 сначала 300, потом 20, получаем 320.

Знание нумерации чисел, умение выполнять поразрядное сложение и вычитание применяются для выполнения сложения и вычитания трехзначных чисел. Например, складывая 640 и 300, учащиеся могут рассуждать следующим образом: «К 640 прибавляем 300. В числе 640 содержится 6 сотен и 4 десятка. Увеличиваем 6 сотен на 3 сотни, получаем 9 сотен, и еще прибавляем 4 десятка. Получаем 940». При выполнении вычитания 940-300 рассуждения следующие: «Из 940 вычитаем 300. В числе 940 содержится 9 сотен и 4 десятка, из 9 сотен вычитаем 3 сотни, остается 6 сотен и еще 4 десятка. Получаем 640».

Сложение трехзначных чисел и разрядных единиц, десятков, сотен без перехода через разряд и соответствующие случаи вычитания основаны на правиле группировки слагаемых, вычитания числа из суммы и сводятся к поразрядному сложению и вычитанию, например:

А. 643 + 300 = (600 + 40 + 3) + 300 = (600 + 300)+40 + 3=943.

Б. 675-30 = (600 + 70 + 5)-30=600 + (70-30)+5=600 + 40 + 5=645.

Рассуждения учащегося могут быть следующими:

А. К 643 прибавляем 300. Заменяем 643 суммой разрядных слагаемых. В этом числе 6 сотен, 4 десятка и 3 единицы. К 6 сотням прибавляем 3 сотни, получаем 9 сотен, к ним прибавляем 4 десятка и 3 единицы. Получаем 943.

Б. Из 675 вычитаем 30. Раскладываем 675 на сумму разрядных слагаемых. В этом числе 6 сотен, 7 десятков, 5 единиц. Из 7 десятков вычитаем 3 десятка, получаем 4 десятка. Складываем 6 сотен, 4 десятка и 5 единиц. Получаем 645.

После ознакомления с устными приемами вычисления целесообразно предлагать учащимся выполнять данные примеры на каждом уроке на этапе устного счета.

Письменные приемы сложения и вычитания. К письменным относятся следующие приемы сложения и вычитания чисел:

- сложение и вычитание трехзначных чисел без перехода через разряд, сложение трехзначного и двузначного чисел и соответствующие случаи вычитания без перехода через разряд (236 + + 324, 843-542, 531+54, 357-46);
- сложение, когда в одном или двух разрядах значения суммы получается нуль, и вычитание, когда в одном разряде уменьшаемого нуль и требуется «занимать» десяток в соседнем разряде (364 + 126, 375 + 225; 708-156);
- сложение и вычитание с переходом через разряд в одном разряде (258 + 33, 258 + 371, 258 -139, 258 - 63);
- сложение и вычитание с переходом через разряд в двух разрядах (375 + 486, 375-186, 286 + 58, 375-86);
- вычитание, когда в одном или двух разрядах уменьшаемого нуль или единица и требуется «занимать» десяток в нескольких разрядах (708-269=...; 800-384=...; 910-354 = ...);
- вычитание из тысячи (1000-345, 1000-45, 1000-5).

Изучение письменных приемов начинается с наиболее простых приемов сложения и вычитания трехзначных чисел без перехода через разряд, сложения трехзначного и двузначного чисел и соответствующих случаев вычитания без перехода через разряд.

Учащимся необходимо запомнить, что при выполнении письменного сложения и вычитания следует записывать числа разряд под разрядом, вычисления начинать с единиц младшего разряда и далее производить над каждым разрядом в отдельности. Действия сводятся к сложению и вычитанию в пределах двадцати. Учащиеся должны упражняться в правильной записи примеров, когда компонентами действий являются трехзначное и двузначное числа, трехзначное и однозначное числа.

Ниже приведены примерные рассуждения учащегося при решении примеров:

А. $\begin{array}{r} 531 \\ +\ \ 54 \\ \hline 585 \end{array}$ Б. $\begin{array}{r} 357 \\ -\ \ 46 \\ \hline 311 \end{array}$

А. К 531 прибавляем 54. Записываем 54 так, чтобы 5 десятков стояли под 3 десятками первого слагаемого, а 4 единицы — под 1 единицей. Складываем сначала 1 единицу с 4 единицами, получаем 5 единиц, записываем под единицами 5. Складываем 3 десятка с 5 десятками, получаем 8 десятков, записываем под десятками 8. А 5 сотен не увеличиваем, записываем 5 в значении суммы под сотнями. Получаем 585.

Б. Из 357 вычитаем 46. Записываем 46 так, чтобы 4 десятка стояли под 5 десятками уменьшаемого, а 6 единиц — под 7 единицами уменьшаемого. Сначала из 7 единиц вычитаем 6 единиц, получаем 1 единицу, записываем под единицами 1. Из 5 десятков вычитаем 4 десятка, получаем 1 десяток, записываем под десятками 1. А 3 сотни уменьшать не надо, записываем 3 в значении разности под сотнями. Получаем 311.

Алгоритм действий усложняется в случаях сложения, когда м одном или двух разрядах значения суммы получается нуль, и в случаях вычитания, когда в одном разряде уменьшаемого нуль и требуется «занимать» десяток в соседнем разряде:

А.
1
$+$ 364
126
490

Б.
· 10
$-$708
156
552

Рассуждения учащегося могут быть следующими:

А. К 364 прибавляем 126. Записываем разряд под разрядом. Начинаем выполнять сложение единиц. К 4 прибавляем 6, получаем 10. В числе 10 в разряде единиц стоит 0, поэтому в значении суммы под единицами пишем 0, а 1 десяток прибавляем к десяткам, записываем 1 над десятками и находим сумму десятков. К 6 прибавляем 2 и еще 1, получаем 9 десятков. В значении суммы в разряд' десятков пишем 9. Складываем сотни. К 3 прибавляем 1, получаем 4. Записываем под сотнями 4. Получаем 490.

Б. Из 708 вычитаем 156. Записываем разряд под разрядом. Начинаем выполнять действие с единиц. Из 8 единиц вычитаем 6 единиц, получаем 2 единицы, записываем под единицами 2. В разряде десятков уменьшаемого стоит 0. Из 0 вычесть 5 мы не можем, поэтому «занимаем» 1 сотню в соседнем разряде сотен. Над разрядом сотен ставим точку, теперь сотен в уменьшаемом на одну меньше. Над разрядом десятков пишем 10, так как в 1 сотне 10 десятков. Из 10 вычитаем 5, остается 5. Пишем 5 под десятками. Находим разность сотен. В уменьшаемом осталось 6 сотен, вычитаем 1, остается 5 сотен. Под сотнями пишем 5. Получаем 552. Постепенно проговаривания приобретают свернутую форму.

Приемы выполнения сложения и вычитания с переходом через разряд в одном разряде и в двух разрядах имеют сложный многоступенчатый алгоритм выполнения, поэтому возрастает необходимость проговаривания хода выполнения действия, например:

А.
11
$+$ 375
486
861

Б.
ю
· -ю
$-$ 375
"186
189

Рассуждения учащегося могут быть следующими:

А. К 375 прибавляем 486. Записываем разряд под разрядом. Начинаем выполнять сложение единиц. К 5 прибавляем 6, получаем 11. В числе 11 в разряде единиц стоит 1, поэтому в значении суммы иод единицами пишем 1, а 1 десяток прибавляем к десяткам, записываем 1 над десятками и находим сумму десятков. К 7 прибавляем 8 и еще 1, получаем 16 десятков. 16 десятков — это 1 сотня и <> десятков, поэтому 6 пишем под десятками, а 1 прибавляем к следующему разряду сотен, записываем 1 над сотнями первого слагаемого и находим сумму сотен. К 3 прибавляем 4 и еще 1, получаем 8. Записываем 8 под сотнями. Получаем 861.

Б. Из 375 вычитаем 186. Записываем разряд под разрядом. Начинаем выполнять действие с единиц. Из 5 вычесть 6 мы не можем, поэтому «занимаем» десяток в соседнем разряде — разряде десятKi)В. Над разрядом десятков ставим точку, значит, десятков в уменьшаемом на один меньше. Над разрядом единиц пишем 10. Теперь I) вычитаем из 15, потому что десяток занимали и еще 5 в уменьшаемом было. Из 15 вычитаем 6, остается 9. Пишем 9 под единицами. Вычитаем десятки. В уменьшаемом было 7 десятков, один «занимали», осталось 6 десятков. Из 6 вычесть 8 мы не можем, поэтому «занимаем» десяток в соседнем разряде сотен. Над разрядом **Сотен** ставим точку, значит, сотен в уменьшаемом на одну меньше. 1lад разрядом десятков пишем 10, так как в 1 сотне 10 десятков. П'нерь 8 вычитаем из 16, потому что десяток занимали и еще 6 в уменьшаемом было. Из 16 вычитаем 8, остается 8. Пишем 8 под десятками. Вычитаем сотни. В уменьшаемом было 3 сотни, одну «занимали», осталось 2 сотни. Из 2 вычитаем 1, получаем 1. Под (огнями пишем 1. Получаем 189.

Постепенно проговаривания становятся более лаконичными, приобретают свернутую форму, как и в других случаях вычислений.

Особые трудности вызывает вычитание, когда в одном, двух и трех разрядах уменьшаемого нуль или единица и требуется «занимать» десяток в нескольких разрядах:

А.
·
· 1010
$-$?08
269
439

Б.
10
· -10
10
354
556

В.
· ·
· 101010
$-$ 1000
45
955

Рассуждения учащегося могут быть следующими:

А. Из 708 вычитаем 269. Записываем разряд под разрядом. Начинаем выполнять действие с единиц. Из 8 единиц вычесть 9 единиц мы не можем, поэтому «занимаем» десяток в соседнем разряде —

разряде десятков. Но в соседнем разряде стоит 0, поэтому «занимаем» в следующем разряде — разряде сотен. Над разрядом сотен ставим точку, значит, сотен в уменьшаемом на одну меньше. Над разрядом десятков пишем 10, так как в 1 сотне 10 десятков. Теперь можно «занять» в разряде десятков. Ставим точку над разрядом десятков, значит, десятков уже не 10, а 9. Над разрядом единиц ставим 10, так как в 1 десятке 10 единиц. В вычитаемом теперь 18 единиц. Из 18 единиц вычитаем 9 единиц, остается 9 единиц. Пишем 9 в разряде единиц значения разности. Вычитаем десятки. В уменьшаемом теперь 9 десятков. Из 9 десятков вычитаем 6 десятков, получаем 3 десятка. Пишем 3 в разряде десятков значения разности. Вычитаем сотни. В уменьшаемом осталось 6 сотен. Из 6 сотен вычитаем 2 сотни, получаем 4 сотни. Пишем 4 в разряде сотен значения разности. Получаем 439.

Б. Из 910 вычитаем 354. Записываем разряд под разрядом. Начинаем выполнять действие с единиц. Из 0 единиц вычесть 4 единицы мы не можем, поэтому «занимаем» десяток в соседнем разряде — разряде десятков. Ставим точку над разрядом десятков, значит, десятков не 1, а 0. Над разрядом единиц ставим 10, так как в 1 десятке 10 единиц. Из 10 единиц вычитаем 4 единицы, получаем 6 единиц. Пишем под единицами 6. Вычитаем десятки. В уменьшаемом теперь 0 десятков. Из 0 вычесть 5 мы не можем, «занимаем» единицы следующего разряда — разряда сотен. Над разрядом сотен ставим точку, значит, сотен в уменьшаемом на одну меньше. Над разрядом десятков ставим 10, так как в 1 сотне 10 десятков. Из 10 десятков вычитаем 5 десятков, получаем 5 десятков. Пишем 5 под десятками. Вычитаем сотни. В уменьшаемом осталось 8 сотен. Из 8 вычитаем 3, получаем 5. Под сотнями пишем 5. Получаем 556.

В. Из 1000 вычитаем 45. Записываем разряд под разрядом. Начинаем выполнять действие с единиц. Из 0 вычесть 5 мы не можем, поэтому «занимаем» десяток в соседнем разряде десятков. Но в разряде десятков стоит 0, поэтому «занимаем» в следующем разряде — разряде сотен. В разряде сотен также 0. «Занимаем» в следующем разряде — разряде единиц тысяч. Над единицами тысяч ставим точку, значит, тысяч уже не 1, а 0. В разряде сотен теперь 10, так как в 1 единице тысяч 10 сотен. Ставим 10 над сотнями. Одну сотню «занимаем» для разряда десятков. Ставим точку над сотнями, сотен уже не 10, а 9. Над разрядом десятков пишем 10, так как в 1 сотне 10 десятков. Теперь «занимаем» 1 десяток для единиц. Ставим точку над разрядом десятков, десятков уже не 10, а 9. Ставим 10 над разрядом единиц, так как в 1 десятке 10 единиц. Вычитаем 5 единиц

из 10 единиц, получаем 5 единиц. Пишем 5 в разряде единиц значения разности. Вычитаем десятки. В уменьшаемом теперь 9 десятков. Из 9 десятков вычитаем 4 десятка, получаем 5 десятков. Пишем 5 в разряде десятков значения разности. Вычитаем сотни. В уменьшаемом теперь 9 сотен. Вычитать ничего не надо, поэтому в значении разности в разряде сотен пишем 9. Тысяч в уменьшаемом не осталось, и в значении разности в разряде единиц тысяч ничего не записываем. Получаем 955.

Алгоритм письменного вычитания чисел может быть следующий:

а) каждая разрядная единица вычитаемого записывается под соответствующей разрядной единицей уменьшаемого;

б) вычитание следует начинать с единиц младшего разряда и полученные результаты записывать под соответствующим разрядом;

в) если разрядная единица уменьшаемого меньше, чем соответствующая разрядная единица вычитаемого, то «берут» («занимают») 1 единицу высшего разряда и, чтобы не забыть об этом, ставят над ним точку;

г) заменяют взятую единицу высшего разряда единицами низшего разряда, получают 10, находят общее количество единиц и из полученного числа вычитают разрядную единицу вычитаемого. Результат записывают под соответствующим разрядом.

Выполнение сложения и вычитания является одним из основных умений, которые необходимо сформировать у учащихся. Это требует последовательного выполнения сложных многоступенчатых алгоритмов, что позволяет учащимся не только упражняться в счете, но и развивать интеллектуальные возможности, навыки контроля и самоконтроля, планирования своей деятельности, аналитико-синтетической деятельности. Поэтому важно, чтобы учащиеся знали и умели применять алгоритм сложения и вычитания самостоятельно, и главное, могли грамотно проговаривать ход решения, устанавливать причинно-следственные связи между позиционным значением цифр и требованием алгоритма соблюдать правила переноса единиц из одного разряда в другой. Только при этом условии можно говорить о развивающем обучении математике.

3.2.5. Сложение и вычитание многозначных чисел

Изучение сложения и вычитания многозначных чисел направлено на решение следующих задач:

- повторить вычислительные приемы сложения и вычитания в пределах первой тысячи;
- научить применять устные приемы сложения и вычитания в пределах первой тысячи при сложении и вычитании многозначных чисел;
- научить применять письменные приемы сложения и вычитания в пределах первой тысячи при сложении и вычитании многозначных чисел.

Выделяют устные и письменные вычислительные приемы сложения и вычитания многозначных чисел.

Используют следующие устные приемы сложения и вычитания чисел:

- сложение и вычитание на основе знания нумерации чисел — прибавление и вычитание единицы (99 999 + 1, 10 000 - 1, 34 999 + + 1, 500 600 - 1), на основе знания поразрядного строения чисел (89 500 + 7, 650 700 - 700, 56 500 + 30, 53 539 - 3 000);
- сложение и вычитание целых тысяч (3 000 + 1 000, 37 000 + + 12 000);
- сложение многозначных чисел и разрядных единиц, десятков, сотен, единиц тысяч, десятков тысяч, сотен тысяч без перехода через разряд и соответствующие случаи вычитания (675 398 + + 2 000, 567 891 - 3 000, 679 640 + 300, 63 940 - 300; 54 640 + 30, 231 670 - 30; 678 456 + 2, 654 458 - 2).

Ниже приведены письменные приемы сложения и вычитания чисел в пределах первой тысячи:

» сложение и вычитание многозначных чисел без перехода через разряд;

- сложение и вычитание с переходом в одном, двух и более разрядах;
- вычитание, когда уменьшаемое содержит один или несколько нулей или нули в уменьшаемом чередуются с единицами.

Изучению многозначных чисел уделяется в курсе начальной школы особое внимание. Несмотря на то, что никаких новых правил не рассматривается, у учащихся данный учебный материал вызывает трудности, так как требует применения знаний о свойствах и правилах сложения и вычитания при оперировании натуральными числами в пределах миллиарда, выполнении многоступенчатых алгоритмов.

При формировании знаний о нумерации чисел учащиеся приобретают умения выполнять прибавление и вычитание единицы,

находить сумму разрядных слагаемых, представлять число в виде суммы разрядных слагаемых. Данные умения применяются и при оперировании многозначными числами. Учащимся необходимо упражняться в уменьшении и увеличении многозначного числа на единицу, десяток, сотню, тысячу, десять тысяч, сто тысяч, сложений разрядных слагаемых, вычитании разрядных единиц.

Используя знания о нумерации, умение выполнять поразрядное сложение и вычитание, учащиеся выполняют сложение многозначных чисел и разрядных единиц, десятков, сотен, единиц тысяч, десятков тысяч, сотен тысяч без перехода через разряд и соответствующие случаи вычитания.

Сложение и вычитание целых тысяч сводится, как и в случаях с целыми сотнями, к действиям с однозначными и двузначными числами, при этом три нуля в записи числа заменяют сокращением слова «тысяча» — «т.».

Алгоритмы письменного сложения и вычитания чисел при выполнении действий с многозначными числами не изменяются, но значительно осложняются появлением большего количества операций. Поэтому учитель должен уделять больше внимания проговариванию хода выполнения действий, проводить сопоставление алгоритмов действий с числами в пределах сотни, тысячи и с многозначными числами, объяснять их взаимосвязь.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Верно ли, что для выполнения сложения и вычитания чисел в пределах тысячи необходимо знать принцип построения натурального ряда чисел, который является основой вычислительного приема прибавления и вычитания единицы (459 + 1, 500 - 1 и т. п.); разрядный и десятичный состав числа (347 = 300 + 40 + 7 и т. п.); правила арифметических действий: переместительное и сочетательное свойства (правила), правила прибавления числа к сумме и суммы к числу, прибавления суммы к сумме, вычитания суммы из числа и числа из суммы и правило вычитания суммы из суммы?
2. Определите виды заданий, которые предлагаются для отработки вычислительных навыков:

   а) решите примеры на сложение и проверьте вычитанием;
   б) решите примеры на вычитание и проверьте их вычитанием;
   в) найдите значение выражения $x - y$, если $x = 240$, $y = 36$;

г) сравните математические выражения, например, 200+40+5 и 245;

д) вставьте пропущенные цифры, например, 252-18=.....4.

3. Какой прием используют учащиеся при поиске значения выражений вида: 35+2, 35+20:

а] заменяют первое слагаемое суммой разрядных слагаемых и применяют правило прибавления числа к сумме;

б] заменяют первое слагаемое суммой удобных слагаемых и применяют правило прибавления числа к сумме;

в] используют прием округления?

4. Верно ли, что при вычислениях вида 6+1; 7-1; 10+5; 25-5; 740-40; 700+40 учащемуся необходимо знать табличные случаи сложения и соответствующие случаи вычитания, образование чисел (нумерацию в пределах тысячи); уметь заменять число суммой разрядных слагаемых; знать правило вычитания числа из суммы и уметь применять его при вычислении?

5. Как можно объяснить решение примера 25-5? Выберите правильные ответы.

А. 25 — это 2 десятка и 5 единиц, вычитаем единицы, остается 2 десятка.

Б. Используя правило вычитания числа из суммы, заменяем число 25 суммой разрядных слагаемых: 25=20+5. Получаем пример: (20+5]-5. Удобнее вычесть единицы из единиц, получаем 20.

В. Заменяем вычитаемое 5 суммой слагаемых 3+2. Вычитаем из 25 сначала 3, потом еще 2.

6. Можно ли при закреплении знаний и умений сложения и вычитания использовать приведенные ниже виды заданий?

А. Замените число суммой разрядных слагаемых (вставьте число, чтобы равенство было верным]: 345=300+...+5.

Б. Вычислите удобным способом: 800-2, 900-20, 1000-1, 999+1 и т.п.

В. Вычислите: 500-100+15.

Г. Вычислите и проверьте решение: 345-281, 508-39 и т.п.

Продвинутый уровень компетенции

1. Назовите задачи обучения сложению и вычитанию в пределах 10, 20, 100, 1000, сложению и вычитанию многозначных чисел.
2. Назовите последовательность изучения сложения и вычитания в пределах 10 и теоретическое обоснование каждого вычислительного приема.
3. Назовите алгоритм выполнения письменного вычитания.
4. Какие случаи сложения и вычитания в пределах второго десятка изучаются в начальной школе?

5. В какой последовательности изучают сложение и вычитание в пределах ста?
6. Назовите приемы устного и письменного сложения и вычитания в пределах тысячи.
7. Назовите приемы устного и письменного сложения и вычитания многозначных чисел.
8. Приведите пример рассуждений учащегося при выполнении сложения, когда в одном или двух разрядах значения суммы получается нуль; при выполнении вычитания, когда в одном разряде уменьшаемого нуль.
9. Какие знания и умения необходимы при вычислениях вида: 30+20; 300+200; 50-30; 80+70; 500-300? Какие подготовительные упражнения предшествуют данному вычислительному приему?
10. Назовите свойства (правила], которые лежат в основе приемов устного сложения двузначных чисел, и приведите примеры.

Высокий уровень компетенции

1. Разработайте игровые ситуации и занимательные упражнения, которые можно использовать при изучении арифметических действий с числами первого десятка.
2. Прежде чем приступить к обучению вычислительному приему а-5 (6, 7, 8, 9], учитель актуализировал знания о связи между суммой и слагаемыми и умение находить значения выражений вида а+5 (6, 7, 8, 9]. Дайте характеристику правильности действий учителя.
3. Какие вычислительные приемы предполагается формировать у учащихся в 1 классе?
4. В чем особенность обучения учащихся начальных классов табличному сложению и вычитанию. Сравните подходы, представленные в разных учебниках математики для 1 класса.
5. Какие ошибки допустил учащийся при выполнении заданий в рабочих тетрадях для 1 класса М.М.Безруких, М.И.Кузнецовой, Е.Э.Кочуровой [3] (рис. 42, 43) и В.Н.Рудницкой [16] (рис. 44)? В чем причина ошибок? Каковы приемы работы с учащимся?
6. Проанализируйте предложенный фрагмент урока «Изучение письменных приемов сложения и вычитания» (см. подразд. 3.2.3). Какие поставленные задачи были решены в ходе представленного фрагмента? Какие еще задания можно было бы предложить учащимся на этапе устного счета? Какими методами осуществляется объяснение нового материала? Какие наглядные средства необходимо использовать на данном уроке?
7. Разработайте конспекты уроков «Сложение и вычитание чисел первого десятка», «Сложение и вычитание чисел в пределах 20 с переходом через разряд».

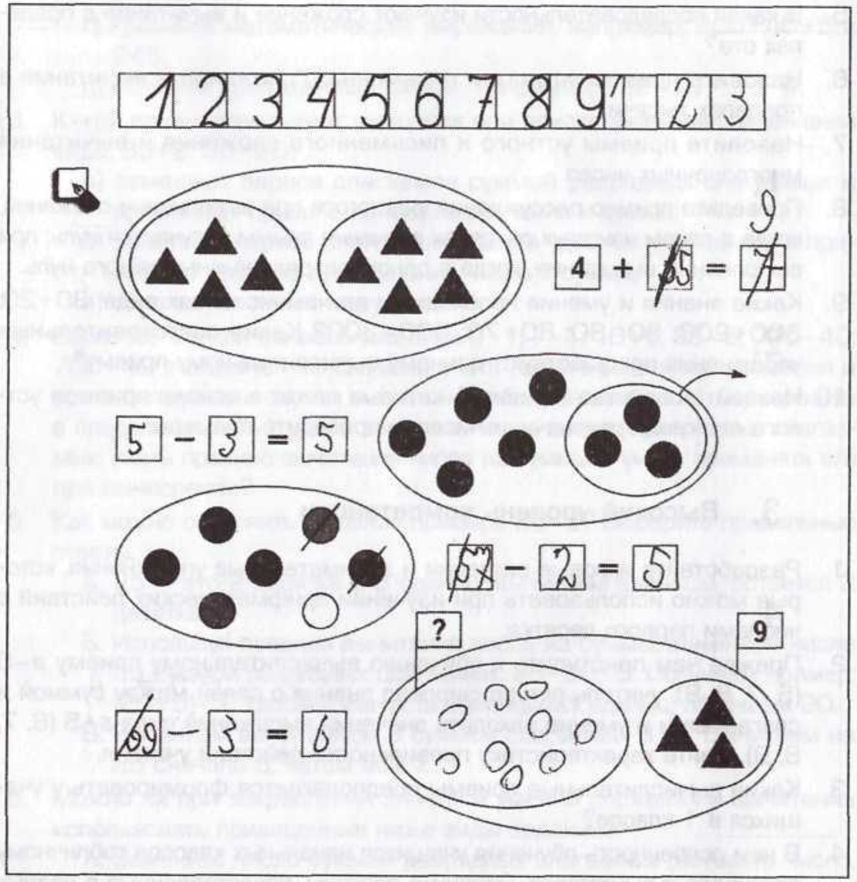


Рис. 42

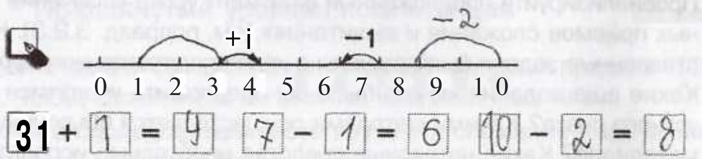


Рис. 4 3

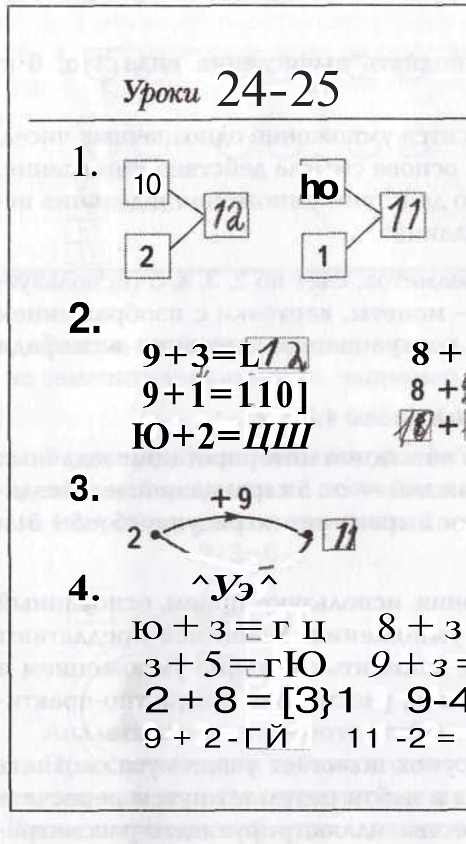


Рис. 44

3.3 ИЗУЧЕНИЕ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

3.3.1 Табличное умножение и деление

При изучении табличного умножения и деления необходимо решить следующие задачи:

- сформировать понятия об умножении и делении;

- изучить табличные случаи умножения и соответствующие случаи деления;
- сформировать умение выполнять вычисления вида 1-а; 0-а; 5:1.

К табличным случаям относится умножение однозначных чисел, результат которого находят на основе смысла действия умножения.

Для подготовки к усвоению действий умножения и деления используют следующие виды заданий:

- счет равными группами предметов, счет по 2, 3, 4, 5 (используемые наглядные средства — монеты, карточки с изображением равных групп предметов, раскрашенные клеточки в тетради и т.д.);
- задания на продолжение ряда чисел: 4, 8, 12,...;
- составление выражения по наглядной интерпретации задачных ситуаций: три коробки, в каждой — по 5 карандашей, необходимо составить математическое выражение по рисунку (5 + 5 + 5) и найти его значение.

Составляя таблицу умножения, используют прием, основанный на знании смысла действия умножения. Учащимся предлагают найти результаты выражений, заменить сложение умножением и проверить правильность решения, рассмотрев предметно-практическую ситуацию (рис. 45).

Расположенный рядом рисунок помогает учащемуся осознать принцип составления таблицы и найти результат путем пересчета элементов предметного множества, иллюстрирующего рассматриваемые ситуации.

При составлении таблиц умножения можно использовать прием прибавления к предыдущему результату.

Например, $2+2=4$, $2\cdot2=4$;
$\underline{2+2}+2=6$, $2\cdot3=6$;
$\underline{2+2+2}+2=8$, $2\cdot4=8$.

2+2=2·2=4 O O O O

2+2+2=2·3=6 O O O O O O

2+2+2+2=2·4=8 O O O O O O O O

Рис.45

O O O O 2·2=4 4:2=2

O O O O O O 2·3=6 6:2=3

O O O O O O O O 2·4=8 8:2=4

Рис. 46

Важно, чтобы учащиеся понимали, в каких случаях сложение можно заменить умножением, например,

$4+4+4=4\cdot3, 4+4+3\neq4\cdot3$.

В ряде учебников математики табличное умножение рассматривается одновременно по постоянному первому и второму множителю, например, умножение числа 2 и умножение на число 2:

2·3=6	3·2=6
2·4=8	4·2=8
2·5=10	5·2=10
...	...
2·9=18	9·2=18

Аналогично составляются таблицы «трех», «четырех» и т.д.

При составлении таблиц количество новых случаев уменьшается, так как используется переместительное свойство умножения. После изучения таблицы «девяти» составляется сводная таблица умножения.

Умножение вида 1-а, 0-а изучается на основе смысла действия умножения, как суммы одинаковых слагаемых. Например, $1\cdot3=1+1+1=3$; $0\cdot3=0+0+0=0$.

Со случаями деления учащиеся знакомятся после того, как усвоены табличные случаи умножения на два и три. На основе таблицы умножения рассматриваются соответствующие случаи деления: 2 • 3=6; 6: 2=3 и т.д.

Значения частных находят на основе взаимосвязи между компонентами действий умножения и деления с использованием правила: если произведение разделить на один из множителей, то получается другой множитель. На данном этапе обучения важно предлагать выполнять предметно-практические действия по делению предметов по содержанию и на равные части, использовать наглядную иллюстрацию (рис. 46).

Деление числа на 1 вводится на основе смысла деления: разделить число *а* на единицу — значит подобрать такое число, которое при умножении на единицу дает искомое число, например 5:1=5. Используется метод подбора: «2 умножаем на 1, получаем 2 — не подходит, ... 5 умножаем на 1, получаем 5. Значит, если 5 разделить на 1, то получится 5». Выполняя подобные задания, учащиеся на основе обобщения формулируют правило: при делении любого числа на единицу получаем то же самое число.

3.3.2. Особые случаи умножения и деления, внетабличное умножение и деление в пределах первой сотни

Изучение особых случаев умножения и деления, внетабличного умножения и деления в пределах первой сотни направлено на решение следующих задач:

- закрепить знания о смысле действий умножения и деления;
- изучить особые случаи умножения и деления;
- изучить приемы внетабличного умножения и деления в пределах первой сотни.

К особым случаям относятся случаи умножения и деления с нулем и единицей: 4-1, 4-0, невозможность деления на нуль.

К внетабличным относятся случаи умножения двузначного на однозначное число, деление двузначного числа на однозначное и двузначное число. Например, 72:12, 72:6, 23'4.

Особое внимание уделяется делению с остатком. Например, 32:5=6 (ост. 2).

Формирование знаний об особых случаях умножения и деления. Умножение на 1 и на 0 выполняется с опорой на определение: умножить на единицу — значит получить то же самое число; умножить на нуль — значит получить нуль.

В методической литературе отмечается, что использование переместительного свойства преждевременно и является грубой методической ошибкой, так как это новая область чисел, в которой переместительное свойство не рассматривалось. Нельзя использовать и следующее объяснение: «по 5 взяли один раз», «по 5 взяли нуль раз», так как в сумме минимально существует два слагаемых и представленное объяснение не имеет смысла.

Однако эти правила можно проиллюстрировать на примерах: 5 • 3=5+5+5, 5-2=5+5, 5 • 1=5, 5 • 0=0. Учитель показывает, что произведение каждый раз уменьшается на 5.

О невозможности деления на нуль детям можно сообщить так: подобрать такое число, которое при умножении на нуль даст результат, отличный от нуля, невозможно, поэтому и деление на нуль невозможно — нельзя делить на нуль.

Для подготовки школьников к усвоению внетабличных случаев умножения и деления необходимо повторить смысл действий умножения и деления и правило порядка действий в выражениях, рассмотреть правила арифметических действий, которые являются теоретической основой устных вычислительных приемов внетабличных случаев умножения и деления: правило умножения суммы на число и числа на сумму; правило деления суммы на число; правило группировки множителей — сочетательное свойство.

Приемы внетабличных случаев умножения и деления. Данные приемы вводятся в приведенной ниже последовательности.

Умножение и деление разрядных чисел на однозначное число сводится к табличным случаям умножения и деления:

40-2=80, 30:3=10,
4д.-2=8д.;3д.:3=1 д.

Деление разрядного числа на разрядное число (например, 80:20=4) основано на знании смысла действия деления и использовании метода подбора. Рассуждение может быть следующим: «Чтобы 80 разделить на 20, нужно подобрать такое число, которое при умножении на 20 дает 80. Проверяем: 20 умножаем на 3, получаем 60. Число 3 не подходит. 20 умножаем на 4, получаем 80. Значит, если 80 разделить на 20, получится 4».

Умножение двузначного числа на однозначное число (например, 12-3) может быть усвоено учащимися с помощью решения примеров вида (10 + 2) • 3 и 12-3. Предлагается алгоритм:

- заменить число суммой разрядных слагаемых;
- умножить по правилу умножения суммы на число 3;
- вычислить результат.

Умножение однозначного числа на двузначное число (например, 3-14) основано на правиле умножения числа на сумму или переместительном свойстве умножения:

3-14=3-(10 +4) =3-10+ 3-4=30+12=42;
3-14=14-3=(10 + 4) -3=10-3 + 4-3=30+12=42.

Полезно сопоставить примеры вида 3-14 и 3+14, чтобы учащиеся не смешивали правило умножения на сумму с правилом прибавления суммы к числу.

Деление двузначного числа на однозначное число основывается на знании правила деления суммы на число. Однако алгоритм вычислений осложняется тем, что в одних случаях требуется представить делимое в виде суммы разрядных слагаемых (например, 42:2), а в других случаях — в виде суммы удобных слагаемых (42:3).

На подготовительном этапе необходима актуализация знаний о замене числа суммой разрядных слагаемых, суммой двух слагаемых, делении разрядных чисел на однозначное число, свойстве деления суммы на число, устные приемы сложения.

Учащимся предлагают решить примеры типа 42:2, затем — 42:3. При делении 42 на 2 делимое 42 заменяют суммой разрядных слагаемых. При делении 42 на 3 определяют, что разрядные слагаемые числа 42 разделить на 3 нельзя. Учитель задает вопрос: «нельзя ли заменить число 42 суммой таких слагаемых, каждое из которых делилось бы на 3? Из всех случаев выбирают такой, при котором вычисления оказываются наиболее легкими. Делимое 42 представляют в виде суммы удобных слагаемых 30 и 12. Первое слагаемое — наибольшее разрядное число, делящееся на 3, второе слагаемое — остаток.

$42:2=(40+2):2=40:2+2:2=20+1=21;$
$42:3=(30+12):3=30:3+12:3=10+4=14.$

Учащиеся рассуждают следующим образом: «Нужно 42 разделить на 3. Делимое 42 можно представить в виде суммы разрядных слагаемых 40 и 2, но 40 на 3 не делится и 2 на 3 не делится, поэтому будем представлять 42 в виде суммы удобных слагаемых. Наибольшее разрядное число, которое делится на 3, это 30. Можно представить 42 в виде суммы 30 и 12. Делим 30 на 3, получаем 10. Делим 12 на 3, получаем 4. Всего получаем 14».

Деление двузначного числа на двузначное число (например, 81:27) основано на подборе числа. Начиная с числа 2 учащиеся по порядку проверяют все числа натурального ряда и находят число, которое при умножении на 27 дает значение произведения 81.

Прежде чем приступить к изучению данного приема, необходимо повторить взаимосвязь умножения и деления, умножение двузначного числа на однозначное, сравнение чисел.

Сложность состоит в том, что учащиеся не могут сразу подобрать цифру частного. Они начинают проверку с двойки и перебирают все множители подряд. Поэтому необходимо научить их сокращать число проб. Один из приемов, позволяющих сократить

число проб, — округление чисел, например, нужно 85 разделить на 17. Рассуждение может быть следующим: «17 округляем до 20, 80 делим на 20, первая пробная цифра частного — 4. Проверяем: 17·4=68, число 4 не подходит. Проверяем число 5. Умножаем 17 на 5, получаем 85. Значит, 85:17=5».

Полезно запомнить случаи: 50:2, 75:25, 75:15, 60:12. Решая пример 90:15, учащиеся сравнивают его с выражением 75:15=5 и начинают проверять с числа 5. Число 5 не подходит, тогда проверяют число 6. Умножив 15 на 6, получают 90, значит, 90:15=6.

Деление с остатком отличается тем, что при делении двух чисел (делимого и делителя) получают два числа: частное и остаток. При делении с остатком необходимо опираться на жизненный опыт учащихся и начинать объяснение с решения задачи практического характера, например: «При подготовке к празднику нужно поставить 10 цветков в 3 вазы поровну. По сколько цветков будет в каждой вазе?»

Решение задачи выполняется практически. Учащиеся расставляют цветки в вазы и определяют, что в 3 вазах стоит по 3 цветка и еще 1 остался. Учитель обращает внимание учащихся на то, что 10 на 3 не делится, но можно разделить 9 и еще 1 останется, показывает запись: 10:3=3 (ост. 1). Потом он называет компоненты: 10 — делимое, 3 — делитель, 3 — неполное частное, 1 — остаток. Теперь нужно выполнить проверку. Для этого необходимо умножить неполное частное на делитель и к полученному результату прибавить остаток.

Затем при решении ряда примеров устанавливается, что остаток всегда должен быть меньше делителя — это основное требование к делению с остатком, например, 14:5=2 (ост. 4); 12:7=1 (ост. 5); 7:9=0 (ост. 7) и т.п.

При решении примеров на деление с остатком учащиеся должны усвоить правило деления: чтобы разделить, например, 56 на 9, нужно подобрать такое число, чтобы при умножении на делитель получилось число, близкое к 56, но не больше него. Затем нужно найти остаток и сравнить с делителем. Если остаток меньше делителя, то деление выполнено верно.

3.3.3. Устные приемы умножения и деления чисел первой тысячи, многозначных чисел

При изучении устных приемов умножения и деления чисел первой тысячи, многозначных чисел решаются следующие задачи:

- закрепить знания о свойствах умножения и деления;
- закрепить умение выполнять табличное и внетабличное умножение и деление;
- изучить устные приемы умножения и деления чисел первой тысячи, многозначных чисел.

Выделяются следующие приемы устных вычислений в пределах тысячи и многозначных чисел:

1. Умножение и деление разрядных единиц на однозначное число (случаи вида: 300 • 3, 600:3, 40 000 • 2, 8 000:2) основаны на знании нумерации, а также табличного умножения и деления, сводятся к умножению и делению однозначных чисел, например:

300-3=900; 600:3=200;
3 с.-3=9 с; 6 с:3=2 с.

2. Умножение и деление целых десятков (сотен и т.д.) на однозначное число (случаи вида: 80-2, 320-3, 320:8, 84000:7) основаны на знании табличного и внетабличного умножения и деления двузначного числа на однозначное число, например:

320-3= (300+ 20) -3=960;
3 с.-3+2 д.-3=9 с.+ 6 д.;

84000:7=12000;
84 тыс. : 7=(70 тыс.+14 тыс.): 7;
70 тыс. : 7+ 14 тыс.: 7= 10 тыс.+2 тыс.=12 тыс.

3. Умножение и деление на такие числа, как 10, 100, 1000, требуют повторения соотношения разрядных единиц. Каждая единица старшего разряда в 10 раз больше предыдущей. Например, 2 сотни в 10 раз больше 2 десятков, 2 десятка в 10 раз больше 2 единиц. Каждая единица младшего разряда в 10 раз меньше последующей. Например, 2 единицы в 10 раз меньше 2 десятков, 2 десятка в 10 раз меньше 2 сотен.

1	2	...	9
10	20		90
100	200	...	900

Рис. 47

Соотношение разрядных единиц повторяют, используя таблицу на рис. 47 (см. подразд. 2.4):

Сравнивают числа в каждом столбике, устанавливают, что числа в столбике увеличиваются в 10 раз, при этом в записи числа появляется нуль.

При объяснении умножения на 10, 100, 1000 опираются на смысл умножения и переместительное свойство:

2-10=10-2=10+10=20;

3 • 100=100 • 3=100+100+100=300.

Сравнивая выражения и результаты, учащиеся делают вывод, что при умножении на 10 к числу справа приписывают нуль, при умножении 100 на любой множитель к нему справа приписывают два нуля. По аналогии выполняется умножение 1 000, 10 000 и т.д.

Деление на разрядную единицу рассматривается на основе взаимосвязи между компонентами и результатом действия умножения. Например, 3-10=30, произведение 30 делим на второй множитель, получаем первый множитель: 30:10=3. Сравнив примеры, можно сделать вывод, что разделить на 10 — значит отбросить нуль. Аналогично рассуждение при объяснении деления на 100, на 1 000 и т. п. Разделить на 100 — значит отбросить два нуля и т.д.

Рассматривается деление с остатком: 24:10=2 (ост. 4). Для лучшего усвоения данного вычислительного приема целесообразно предлагать задания парами: 20:10, 24:10. Выполнение подобных заданий подготавливает учащихся к усвоению письменного приема деления.

3.3.4. Письменные приемы умножения и деления чисел первой тысячи, многозначных чисел

Изучение письменных приемов умножения и деления чисел первой тысячи, многозначных чисел позволяет решить следующие задачи:

- повторить смысл и свойства действий умножения и деления;
- закрепить умение выполнять табличное и внетабличное умножение и деление;
- закрепить умение выполнять устное умножение и деление;
- изучить алгоритмы умножения чисел на однозначное, двузначное, многозначное числа;
- изучить алгоритмы деления чисел на однозначное, двузначное, многозначное числа.

Письменные приемы умножения и деления изучаются в следующей последовательности:

1) умножение и деление на однозначное число;
2) умножение и деление на разрядные числа (примеры вида: 127-20, 720:30 и др.);
3) умножение и деление на двузначное и многозначное числа.

Изучение умножения на однозначное число начинают с повторения смысла действия умножения, табличного и внетабличного умножения, правила умножения суммы на число.

Письменное умножение. Правило умножения суммы на число является теоретической основой умножения многозначных чисел на однозначное число. На подготовительном этапе учащимся предлагают задания на умножение двузначного числа на однозначное, для выполнения которых требуется умножить на однозначное число сумму чисел, например: 24·2=(20 + 4)·2=48; задания на умножение на однозначное число суммы трех и более слагаемых, например: (200+30+4) • 2=200 • 2+30 • 2+4 • 2=468. Кроме того, предлагают выполнить задания, требующие найти рациональный способ вычисления, например, найти результат различными способами и выбрать удобный способ вычисления:

(28+17+3+12)·3=((28+12)+(17+3))·3= **(40+20)·3=60·3=180.**

В методической литературе рассматриваются следующие случаи письменного умножения на однозначное число:

- умножение двузначного и трехзначного чисел на однозначное с переходом через разряд в разряде единиц или десятков (27·3, 74·2, 127·3, 154·2);
- умножение двузначного и трехзначного чисел на однозначное с переходом через разряд в разряде единиц и десятков (85·3, **175·3);**
- случай умножения на однозначное число, когда в разряде единиц первого множителя стоит нуль (280 • 3);
- умножение на разрядные числа (127 • 20).

Рекомендуется начинать объяснение умножения на однозначное число с устного приема умножения:

426 • 3=(400+20+6) ·3=400 • 3+20 • 3+6• 3=1 200+60+18=1 278.

Затем показывают запись в столбик:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}426\\3\end{array}\\ \hline 1278\end{array}$$

Учителю необходимо показать форму записи: сначала записывается первый множитель. Второй множитель — однозначное число, его пишут под единицами первого множителя. Под вторым множителем проводят черту. Слева между первым и вторым множителями ставят знак умножения.

На первой стадии (стадия развернутого действия) следует проговорить все выполняемые действия, например: «Начинаем выполнять умножение с единиц. 6 умножаем на 3, получаем 18. Число 18 состоит из 1 десятка и 8 единиц. 8 единиц записываем под единицами, десяток запоминаем. 2 десятка умножаем на 3, получаем 6 десятков, еще 1 десяток запоминали, значит, всего 7 десятков, под разрядом десятков пишем 7. 4 сотни умножаем на 3, получаем 12 сотен. Двенадцать сотен — это 1 единица тысяч и 2 сотни, значит, 2 записываем под сотнями, а 1 можно сразу записать в единицы тысяч. Получаем 1278».

Учитель рекомендует учащимся все необходимые разрядные единицы записывать в тетради или черновике: 6 ед. • 3= 18, 18 ед. = = 1 д.+8 ед. и т.д.

На второй стадии (частично свернутое действие) учитель предлагает при рассуждениях не проговаривать разряды. На третьей стадии (свернутое действие) учащиеся при рассуждениях все промежуточные действия проговаривают про себя.

Умножение чисел, оканчивающихся нулем, на однозначное число учащиеся могут выполнить устно, однако можно допустить и письменное решение таких примеров. При этом следует объяснить измененную форму записи. Учитель сообщает учащимся, что в первом множителе содержится 0 единиц, а при умножении 0 на любое число получается 0, поэтому нужно начинать умножать сразу с десятков и второй множитель подписывать под разрядом десятков первого множителя, а в разряде единиц значения произведения записывать 0:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}280\\3\;\end{array}\\ \hline 840\end{array}$$

Форма записи изменяется и при умножении на разрядные числа. Учащимся сообщают, что нуль второго множителя не подписывается под значащей цифрой.

Производится умножение первого множителя на число целых десятков, а потом полученное произведение умножается на 10, т. е. к нему приписывается нуль справа.

Теоретическая основа данного приема вычисления — сочетательное свойство умножения.

Так, умножение, например, 127 на 20 можно представить следующим образом: 127·20=127·2·10=254·10=2540. Это правило применяют и при умножении на целые сотни, единицы тысяч и т. д.

$$\begin{array}{r} \times\ 127 \\ 20 \\ \hline 2540 \end{array}$$

Умножение на двузначное, трехзначное или многозначное число основано на правиле умножения числа на сумму.

Правило умножения числа на сумму учащиеся усвоили в процессе выполнения заданий при изучении внетабличных приемов умножения и деления двузначных чисел. Поэтому можно предложить им найти значение выражения разными способами и выбрать наиболее легкий способ решения, например:

15-(2+ 8) = 15-2+15-8=150; 15-(2 +8) = 15-10= 150.

Чтобы учащиеся не смешивали правило умножения числа на произведение с правилом умножения числа на сумму, целесообразно предлагать задания на вычисление: 15-40; 15-(10-4); 15- (10 + 4).

При письменном умножении на двузначное число первый множитель умножается сначала на единицы второго множителя, потом на десятки второго множителя и далее полученные неполные произведения складываются.

Для объяснения письменного алгоритма умножения на двузначное число используют устный прием умножения двузначного числа на двузначное число.

Например, 38 • 26=38 • (20+6)=38 • 20+38 • 6=760+228=988. Далее выполняется умножение первого множителя на каждое разрядное слагаемое второго множителя и сложение неполных произведений. Учащиеся делают следующий вывод: чтобы умножить на двузначное число, нужно выполнить три действия. Учитель показывает запись умножения на двузначное число в столбик:

$$\begin{array}{r} \times\ 38 \\ 6 \\ \hline 228 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 38 \\ 20 \\ \hline 760 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\ 228 \\ 760 \\ \hline 988 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 38 \\ 26 \\ \hline 228 \\ +\ 76 \\ \hline 988 \end{array}$$

Рассуждение учащегося может быть таким: «Умножаем 38 на 26. Сначала 38 умножаем на 6 единиц второго множителя. Начинаем умножать с единиц. 8 умножаем на 6, получаем 48. Записываем 8 под единицами, 4 запоминаем. 3 умножаем на 6, получаем 18 и еще 4, получаем 22. Записываем под десятками 2 и рядом в разряде сотен 2. Первое неполное произведение — 228. Теперь 38 умножаем на 2 десятка. Умножаем десятки, поэтому результат будем записывать под десятками. 8 умножаем на 2, получаем 16. Записываем 6 под десятками, 1 запоминаем. Умножаем 3 на 2, получаем 6 и еще 1, получаем 7. Записываем под сотнями 7. Второе неполное произведение — 76 десятков. Теперь между первым и вторым неполными произведениями ставим плюс и складываем их. Получаем 988».

Необходимо рассмотреть случаи умножения на двузначное число, когда множители оканчиваются нулями, например 600 • 80. Сначала выполняют устный прием умножения:

600-80=48 000;
6 с. • 80=6 с. • (8-10)=6 с. -8-10=48 с. • 10=480 с.

Следует обратить внимание учащихся на то, что в произведении столько нулей, сколько в первом и втором множителях. Затем нужно показать запись при умножении в «столбик», напомнить, что нуль не подписывается под значащей цифрой множителя:

$$\begin{array}{r} \times\ 600 \\ 8\,0 \\ \hline 48000 \end{array}$$

При объяснении вычислительного приема учащиеся сначала указывают все основные операции в определенной последовательности. Это способствует пониманию места и значения каждой операции. Подробные пояснения нужно давать только к тем операциям, которые являются новыми для учащихся. При выполнении знакомых операций пояснения следует давать кратко.

Изучение умножения на трехзначное и многозначное число опирается также на правила умножения числа на сумму, числа на произведение. Объяснение учитель дает при разборе алгоритма устного умножения. Выполняется письменное умножение первого множителя на каждое разрядное слагаемое второго множителя и сложение неполных произведений. Проводится аналогия с умножением на двузначное число.

Фрагмент урока

Тема. Письменное умножение на однозначное число.

Задачи. Повторить табличное умножение, внетабличное умножение, умножение разрядных чисел на однозначное число, правило умножения суммы на число, изучить алгоритм письменного умножения на однозначное число, познакомить учащихся с записью умножения «в столбик», сформировать умение выполнять письменное умножение на однозначное число.

Устный счет. 1. Прочитайте число 674. Сколько в числе сотен? Сколько в числе разрядных десятков? Сколько в числе разрядных единиц? Представьте число в виде суммы разрядных слагаемых.

2. Найдите сумму разрядных слагаемых: 400 + 60 + 8=...

3. Назовите число, в котором 5 сотен, 9 десятков и 2 единицы.

4. Продолжите ряд: 12, 15, 18 ..., ...; 12, 16, 20, 24, ...

5. Вставьте пропущенные компоненты действий: 3 .. = 27; ... • 6=30.

6. Какое число больше, чем 80, в 7 раз?

7. Сравните выражения, не решая их: 2-0...678-0; 1-54... 1-34; 56-10... 56-100.

8. В коробке 12 карандашей. Сколько карандашей в 6 таких коробках?

Актуализация знаний. Решим пример: 234 • 2. Вспомните, как выполнить умножение. Представим 234 как сумму разрядных слагаемых и умножим каждое разрядное слагаемое на 2, потом найдем значение суммы:

$$234\cdot 2=(200+30+4)\cdot 2=200\cdot 2+30\cdot 2+4\cdot 2=400+60+8=468.$$

Усвоение новых знаний. Сегодня мы познакомимся с записью письменного умножения «в столбик». Запись примера нужно делать так. Сначала записываем первый множитель. Второй множитель — однозначное число, его подписываем под единицами первого множителя. Далее проводим черту, слева между первым и вторым множителями ставим знак умножения. Начинаем выполнять умножение с единиц: 4 умножаем на 2, получаем 8; 8 единиц записываем под единицами. Затем 3 десятка умножаем на 2, получаем 6 десятков, под разрядом десятков пишем 6; 2 сотни умножаем на 2, получаем 4 сотни, под сотнями пишем 4. Ответ: 468.

$$\begin{array}{r} \times\ 234 \\ 2 \\ \hline 468 \end{array}$$

Применение полученных знаний. Сравним ход решения для устного умножения и письменного. И в том, и в другом случае на однозначное число умножается каждое разрядное число. Обратите внимание, что устное умножение начинается с самого старшего разряда, а письменное — с самого младшего — разряда единиц.

Выполните устное и письменное умножение 312 на 3. Сравните ход выполнения. Как удобнее выполнять вычисления?

$$\begin{array}{r} \times\ 312 \\ 3 \\ \hline 936 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 312 \\ 3 \\ \hline 936 \end{array} = (300 + 10 + 2)\,3 = 300\cdot 3 + 10\cdot 3 + 2\cdot 3 = 900 + 30 + 6 = 936;$$

Как выполняется запись «в столбик»? Где записывается второй множитель? С какого разряда нужно начинать письменное умножение? Где записываются результаты умножения?

Продолжение урока. Работа по учебнику и в тетради.

Письменное деление. Деление на однозначное число предполагает изучение следующих случаев:

- когда первое неполное делимое однозначное (372:3; 570:3);
- когда первое неполное делимое двузначное (153: 3);
- когда на конце или в середине частного нули (3 312:3; 690:3);
- деление на разрядные десятки (19 620:30).

Теоретической основой письменного деления на однозначное число служит правило деления суммы на число. Поэтому необходимо повторить:

- смысл действия деления и его взаимосвязь с умножением;
- табличные случаи умножения и соответствующие случаи деления и случаи умножения и деления с нулем и единицей;
- правило деления суммы на число и деление с остатком.

Следует особо обратить внимание на случаи деления меньшего числа на большее, например: 5:8=0 (ост. 5). Проверяем деление: 5=0·8 + 5.

Ознакомление с новым материалом можно начинать с устного приема деления. При этом целесообразно обсудить возможные варианты представления делимого в виде суммы слагаемых: 378:6=(300 + 70 + 8):6; 378:6=(300 + 60 + 18) :6; 378:6=(360 + + 18):6.

Сравнивая выражения, учащиеся осознают: делимое необходимо представить в виде суммы слагаемых, каждое из которых делится на данное число.

Ознакомление с письменным приемом можно начинать с деления числа, в котором каждая разрядная единица делится на данное однозначное число, например, 648:2. Делимое заменяют суммой разрядных слагаемых и применяют правило деления суммы на число: 648:2= (600+ 40+ 8):2=600:2+ 40:2+ 8:2=300+ 20+ 4=324. Показывают запись деления «уголком». Учащиеся должны понять, что в основе письменного приема деления лежит правило деления суммы на число.

Затем предлагается случай деления, когда делимое необходимо заменить суммой удобных слагаемых, например: 984:4= (800 + + 160 + 24): 4=800:4 + 160:4 + 24: 4=200 + 40 + 6=246. Учитель поясняет, что 984 — полное делимое, 800 — первое неполное делимое, 160 — второе неполное делимое, 24 — третье неполное делимое, показывая письменный прием деления:

```
_9841 | 4
 8    |----
 --   | 246
_18
 16
 --
 _24
  24
  --
   0
```

Рассуждение проводится так: «Сначала записываем делимое. Знак деления обозначаем прямым углом, одна из сторон которого несколько продолжена вниз. Внутри угла записываем делитель. Деление начинаем с высшего разряда. Частное от деления каждого разряда записываем под делителем. 9 сотен делим на 4. 9 без остатка на 4 не делится, можно разделить 8, получаем 2, записываем в частном 2. Проверяем, правильно ли мы определили первое неполное частное. Умножаем 4 на 2, получаем 8. Записываем 8 под первым неполным делимым 9 и находим остаток: из 9 вычитаем 8, получаем 1 в разряде сотен. Остаток 1 меньше делителя, значит, первое неполное частное найдено верно. Образуем второе неполное делимое. Рядом с остатком 1 записываем следующую цифру делимого 8.

Второе неполное делимое — 18. Теперь делим на 4 число 18. Без остатка 18 на 4 разделить нельзя. Значит, делим 16 на 4, получаем 4, записываем в частном 4. Проверяем, правильно ли мы определили неполное частное. Умножаем 4 на 4, получаем 16. Записываем 16 под вторым неполным делимым 18 и находим остаток: из 18 вычитаем 16, получаем 2. Остаток 2 меньше делителя, значит, второе неполное частное найдено верно. Образуем третье неполное делимое. Рядом с остатком 2 записываем следующую цифру делимого 4.

Третье неполное делимое — 24. Теперь делим на 4 число 24, получаем 6. Записываем в частном 6. Проверяем, правильно ли мы определили неполное частное. Умножаем 4 на 6, получаем 24. Записываем 24 под третьим неполным делимым 24 и находим остаток. Остаток 0. В делимом больше цифр нет. Деление окончено. Получили 246».

Учащиеся начальных классов часто допускают ошибки при подборе числа в частном. Поэтому прежде чем учащиеся приступят к делению, необходимо научить их определять количество цифр в частном.

Если первое неполное делимое — однозначное число (первая цифра в делимом обозначает число, которое равно делителю или

больше него), то в частном будет столько цифр, сколько в делимом. Если первое неполное делимое — двузначное число (первая цифра в делимом обозначает число, которое меньше делителя, и поэтому необходимо начинать действие с деления числа, записанного двумя первыми цифрами), то в частном будет на одну цифру меньше, чем в делимом.

Учащиеся определяют, каким числом (однозначным или двузначным) является первое неполное делимое, и ставят на месте записи частного точку, далее они ставят столько точек, сколько еще цифр в делимом.

```
9721 | 3          1021 | 3
     |----             |----
     | ...             | ..
```

Предварительная прикидка количества цифр в частном предотвращает возможность пропуска нуля в частном. Особое внимание необходимо уделить решению примеров, в которых в середине частного получается нуль.

Алгоритм письменного деления на однозначное число следующий:

1) выделяем первое неполное делимое, определяем число цифр в частном;

2) делим первое неполное делимое и определяем первую цифру частного;

3) умножаем первое неполное частное на делитель и узнаем, какое число разделили;

4) вычитаем полученное произведение из первого неполного делимого, узнаем, сколько единиц осталось разделить;

5) проверяем, правильно ли выбрана цифра частного (сравниваем остаток с делителем, остаток должен быть меньше делителя);

6) образуем второе неполное делимое (к остатку приписываем цифру следующего разряда);

7) продолжаем аналогично до тех пор, пока не получим ответ.

Учащиеся пользуются приведенной выше памяткой до тех пор, пока в этом есть необходимость.

При делении чисел, оканчивающихся нулями, на однозначное число целесообразно обращать внимание на то, что после получения нуля в остатке деление не закончено, так как в делимом есть еще одна цифра — нуль. Нуль делим на делитель и получаем еще одно неполное частное — нуль, которое необходимо записать в значении частного.

Теоретической основой деления на двузначное или трехзначное число является правило деления на произведение. Необходимо повторить это правило, выполнить комплекс специально подобранных упражнений, например:

32: (2-4), 90: (5-2), 280: (7-4), 80:(5-4).

Выполняя задания различными способами, учащиеся осознают, что, выбрав удобный способ вычислений, можно решить пример быстрее и не допустить ошибок. Они учатся применять это правило при выполнении деления на разрядное число, например:

$$720:80=720:(8\cdot 10)=720:10:8=72:8=9.$$

На данном этапе обучения вводится прием деления с остатком: 150:30=5; 158:30=5 (ост. 8). Затем учитель показывает прием письменного деления: 5 130: 90. При этом объяснение может быть таким: «Первое неполное делимое — 513 десятков, значит, в записи частного будет 2 цифры — двузначное число. Чтобы об этом не забыть, поставим точки. Узнаем, сколько десятков будет в частном. Делим 513 на 90. Чтобы легче было подобрать первую пробную цифру частного, первое неполное делимое разделим на 10, затем на 9. Приблизительно получаем 5. Столько десятков будет в частном. Узнаем, сколько десятков разделили. Для этого умножаем 90 на 5, получаем 450. Вычитаем 450 из 513, остаток равен 63. Проверяем цифру частного. Для этого сравниваем остаток с делителем: 63<90, значит, первая пробная цифра частного подобрана верно. Образуем второе неполное делимое: 63 десятка — это 630 единиц. 630 делим на 10, полученный результат делим на 9. Получаем 7. Проверяем, сколько единиц этого разряда разделили. Для этого умножаем 90 на 7 и вычитаем полученный результат из второго неполного делимого. В остатке 0. Деление закончено. Частное — 57».

На следующем этапе вводится деление на двузначное число. Первый пример — деление трехзначного числа на двузначное (488:61).

Объяснение может быть следующим: «Заменим делитель ближайшим меньшим разрядным числом — это 60. Для того чтобы легче было подобрать пробную цифру частного, разделим делимое на 10:488:10«48. Затем 48 делим на 6, получаем 8 — это пробная цифра.

Проверяем, правильно ли подобрана цифра частного. Для этого умножаем 61 на 8, получаем 488. Пробная цифра частного подобрана верно».

Затем предлагается более трудный пример на деление четырехзначного числа на двузначное.

Деление начинается с выделения первого неполного делимого, определения числа цифр в частном. Объяснение проводится подробно с обоснованием каждой вычислительной операции.

Следует отметить, что округление можно проводить двояко:

- до «ближайшего круглого числа»;
- до «разрядного числа» — в этом случае отбрасывают единицы.

Например, делим 952 на 28. Округляем делитель до 20 и делим неполное делимое 95 на 10 и на 2. Определяем пробную цифру частного, для этого 9 делим на 2, получаем 4, в остатке — 1. Проверяем правильность подобранной цифры. Для этого 28 умножаем на 4, получаем 112. 112>95, значит, пробная цифра подобрана неверно. Если округлить делитель до ближайшего круглого числа — 30, первая пробная цифра частного будет верной.

Проверку правильности выполненного деления можно провести умножением частного на делитель или делением делимого на частное.

Учащиеся должны усвоить: чтобы приблизительно подобрать цифру частного, нужно делитель округлить и неполное делимое разделить на 10 и на число разрядных десятков делителя (а при делении на трехзначное число — на 100 и на число разрядных сотен делителя). В этом случае получают арифметический пример деления однозначного или двузначного числа на однозначное, и можно устно найти неполное частное.

Особое внимание нужно обращать на случаи, когда для нахождения цифры частного необходимо выполнять несколько проб, например 25 623:34.

После того как учащиеся усвоят алгоритм письменного деления, можно рассмотреть случаи деления на двузначное число, когда в середине записи частного содержится нуль, например 9 648:24.

Многие учителя предлагают памятку для учащихся:

1) прочитайте выражение и запишите его;
2) выделите первое неполное делимое и найдите количество цифр в частном;
3) найдите цифру высшего разряда частного;
4) умножьте, чтобы узнать, сколько единиц этого разряда разделили;
5) проверьте, правильно ли подобрана цифра частного;
6) найдите второе неполное делимое;
7) повторяйте пункты 3, 4, 5, 6, пока не закончится деление.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Используется ли переместительное свойство умножения при объяснении умножения на единицу и на нуль?
2. При устном умножении учащиеся допускали ошибки: применяли вместо правила умножения на произведение правило умножения на сумму чисел, например, при умножении 125 на 40 выполняли действие так: 125 · 14= 125 ·(10+4] (вместо: 125·40=125·4·10]. Для предупреждения ошибок учитель предложил пары примеров и провел сравнение, т.е. объяснил, чем похожи и чем отличаются выражения 25·12 и 25·20. Можно ли использовать такой прием?
3. Учитель предложил найти значение выражения 25·12 разными способами. Верно ли действовал учащийся, предложив следующие варианты решения: 25·2·6; 25·(10+2]?
4. Учащемуся предложено назвать компоненты действий:

$$\begin{array}{r} 3425 \\ \times\ 24 \\ \hline 13700 \\ 6850\ \\ \hline 82200 \end{array}$$

Проверьте правильность ответа ученика: «3425 — первый множитель, 24 — второй множитель, число 13 700 называют первым неполным произведением, 68 500 — вторым неполным произведением. 82 200 — полное произведение».
5. Перед ознакомлением с умножением на разрядное число учитель повторил с учащимися умножение числа на 10, 100, 1 000; правила умножения числа на произведение. Верно ли он сделал?
6. Учащийся находит значение выражения: 2 345 • 7. Проверьте правильность его рассуждения: «Надо умножить 2 345 на 7. Записываем второй множитель под десятками первого множителя под первой значащей цифрой делимого. Проводим черту. Слева ставим знак умножения. Начинаем умножение с десятков. 4 десятка умножаем на 7, получаем 28 десятков. Это 2 сотни и 8 десятков. 8 десятков записываем под десятками, а 2 сотни запоминаем. 3 сотни умножаем на 7, получаем 21 сотню, прибавляем 2 сотни, получаем 23 сотни — это 2 тысячи и 3 сотни. 3 сотни записываем под сотнями, а 2 тысячи запоминаем. Умножаем 2 тысячи на 7, получаем 14 тысяч, да еще 2 тысячи, получаем 16 тысяч, записываем 1 и 6 в соответствующие разряды, записываем произведение: 16 415. Получилось число шестнадцать тысяч четыреста пятнадцать».

7. Учащийся выполняет деление: 3 456:54. Проверьте правильность его рассуждения: «Выделяем первое неполное делимое — 345 десятков, в частном — 2 цифры. Чтобы найти цифру частного, заменим делитель меньшим ближайшим разрядным числом — 50. 345 делим на 10, полученное частное 34 делим на 5. Первая пробная цифра частного— 6. Умножаем 54 на 6, чтобы узнать, сколько десятков разделили. Получаем 324. Вычитаем 324 из 345, получаем 21. Сравниваем остаток 21с делителем — 54. 21 меньше 54. Первая пробная цифра частного подобрана верно. Образуем второе неполное делимое — 216. Делим 216 сначала на 10, полученное частное — на 5, получаем 4. Умножаем 4 на 54, получаем 216. Из 216 вычитаем 216, остаток равен нулю. Деление закончилось. В ответе число 64».
8. Учащийся выполнил деление следующим образом: 40160:80=52; 11 352:132=716; 322 920:46=702. Проверьте правильность анализа возможных причин его ошибок: «В первом случае ответ равен 502. Учащийся допустил ошибку — пропустил О в частном. Причина возникновения этой ошибки, видимо, состоит в том, что не было определено количество цифр в частном. Во втором примере ошибка допущена потому, что при делении первого неполного делимого учащийся не сравнил остаток с делителем (остаток должен быть меньше делителя) и не определил количество цифр в частном. В третьем примере учащийся, видимо, правильно выделил первое, второе и третье неполные делимые, но забыл разделить О единиц на делитель — 46. Для предупреждения ошибок подобного рода необходимо выполнять проверку решения и твердо знать и уметь применять алгоритм письменного деления и, прежде всего, определять число цифр в частном».
9. В практике обучения можно встретить приведенные ниже способы объяснения вычислений вида: 80:20, 800:200 и т.п.

   А. Чтобы 80 разделить на 20, делим сначала на 10, затем полученный результат 8 делим на 2 и получаем ответ: 80:20=4.

   Б. Чтобы 80 разделить на 20, нужно разделить делимое и делитель на 10, получаем: 8:2=4.

   В. Чтобы 80 разделить на 20, нужно делимое и делитель заменить круглыми разрядными единицами; 8 десятков делим на 2 десятка и получаем ответ.

   Г. Для того чтобы 80 разделить на 20, нужно подобрать такое число, при умножении которого на 20 получаем 80. 3 умножаем на 20 получаем 60. Число 3 не подходит. 4 умножаем на 20, получаем 80, значит, 80:20=4.

   Выберите верный ответ. Какое из объяснений не рекомендуется использовать, так как оно может спровоцировать ошибку в вычислении?
10. Выберите верный ответ. При выполнении деления в примерах вида: 84:6; 96:8 учащиеся пользуются следующими приемами:

    а) делимое заменяют суммой разрядных слагаемых, затем применяют правило деления суммы на число;

б) заменяют делитель произведением двух чисел и применяют правило деления числа на произведение;

в) заменяют делимое суммой удобных слагаемых и применяют правило деления суммы на число;

г) применяют метод подбора соответствующего числа.

11. Учащийся выполняет деление:

$$\begin{array}{r|l} -3240 & 60 \\ 300 & 54 \\ \hline -240 & \\ 240 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Проверьте правильность его рассуждения: «Первое неполное делимое — 324 десятка. В записи частного будет 2 цифры. Делим 324 на 60. Для этого делим сначала на 10, чтобы легче было подобрать пробную цифру частного, затем — на 6, получаем 5 — столько десятков будет в частном. Узнаем, сколько десятков разделили. Для этого умножаем 60 на 5, получаем 300. Вычитаем 300 из 324, получаем 24. 24 десятка осталось разделить. Сравниваем остаток с делителем: 24 < 60, значит, цифра подобрана правильно. Второе неполное делимое — 240 единиц. Делим 240 на 60. Для этого 240 делим на 10, получаем 24. Делим 24 на 6, получаем 4 — столько единиц будет в частном. Умножаем 60 на 4, получаем 240. Все единицы разделили. Ответ — 54».

12. Верно ли, что основным приемом нахождения результата при делении с остатком является опора на таблицу и подбор числа, которое при умножении на делитель дает число, близкое к делителю, но не больше него?

13. Можно ли при изучении деления с остатком использовать приведенные ниже виды заданий?

А. Решите пару примеров 25:5 и 28:5.

Б. Проверьте, какие остатки получатся при делении 16 на числа: 3, 4, 5, 6.

В. Исправьте ошибку: 46:5=8 (ост. 6).

Г. Найдите делимое: х:4=8 (ост. 3).

Д. Найдите делители: 54:х=10 (ост. 4).

Е. Выполните деление и проверьте правильность выполненного деления.

14. Верны ли приведенные ниже утверждения?

При умножении числа на разрядное число опираются на правило умножения на произведение — сочетательное свойство умножения: *a[bc)= =[ab]c?* Запись при вычислении следующая: 8 • 300=8 (3-100)= =(8-3) -100=24-100=2 400. Перед ознакомлением с данным вычислительным приемом целесообразно повторить: а) умножение числа на 10, 100, 1 000; б] правила умножения числа на произведение.

15. Верны ли приведенные ниже утверждения?

Для подготовки учащихся к усвоению письменных приемов деления (в столбик) их необходимо ознакомить с особым случаем деления с остатком, например 5:7 и т.п. Рассуждения могут быть следующими: «Чтобы разделить число, нужно подобрать такое число, при умножении которого на 7 получим число, близкое к 5, но не больше него. Это число нуль. 5:7=0 (ост. 5)».

16. Верны ли приведенные ниже утверждения?

Для решения примеров вида 42:3, 96:4, 70:2, 528:4 необходимо знать табличные случаи умножения и соответствующие случаи деления, уметь заменять число суммой удобных слагаемых, знать и уметь применять правило деления суммы на число, уметь складывать числа в пределах тысячи (сложение разрядных чисел), например: 96:4=(80+16):4=20+4; 70:2=(60+10):2=30+5=35; 528:4= =(400+120+8):4=100+30+2+132. В случае использования письменного приема деления числа необходимо знать и уметь применять алгоритм письменного деления чисел на однозначное число.

17. Учащийся выполняет умножение:

$$\begin{array}{r} \times\ 2345 \\ 7 \\ \hline 16415 \end{array}$$

Проверьте правильность его рассуждения: «Надо умножить 2 345 на 7. Записываем второй множитель. Проводим черту под единицами второго множителя. Слева ставим знак умножения. Начинаем умножение с единиц. 5 умножаем на 7, получаем 35, или 3 десятка и 5 единиц. 5 единиц записываем под единицами, 3 десятка запоминаем. 4 десятка умножаем на 7, получаем 28 десятков, прибавляем 3 десятка, получаем 31 десяток — это 3 сотни и 1 десяток. 1 десяток записываем под десятками, а 3 сотни запоминаем. 3 сотни умножаем на 7, получаем 21 сотню, прибавляем 3 сотни, получаем 24 сотни — это 2 тысячи и 4 сотни. 4 сотни записываем под сотнями, а 2 тысячи запоминаем. Умножаем 2 тысячи на 7, получаем 14 тысяч, прибавляем 2 тысячи, получаем 16 тысяч, записываем произведение: 16 415».

18. Какой прием используется при вычислении вида: 48:4, 66:6 и т.п.? Выберите правильный ответ:

а) подбор соответствующего числа;

б) замена делимого суммой разрядных слагаемых и применение правила деления суммы на число;

в) замена делимого суммой удобных слагаемых и применение правила деления суммы на число;

г) замена делителя произведением чисел и применение правила деления на произведение.

19. Верно ли, что для осознанного применения алгоритма письменного деления можно предложить приведенное ниже задание? Пользуясь записью слева, найдите значения выражений справа:

```
_25623 |34        34·70
 238   |753       34·50
 _182             34·3+21
  170
  _123
   102
    21
```

Продвинутый уровень компетенции

1. Назовите задачи изучения табличного умножения и деления; особых случаев умножения и деления, внетабличного умножения и деления в пределах первой сотни; устных приемов умножения и деления чисел первой тысячи, многозначных чисел; письменных приемов умножения и деления чисел первой тысячи, многозначных чисел.
2. Какие случаи умножения называют табличными?
3. Расскажите о подготовительной работе, необходимой для усвоения действий умножения и деления.
4. Какие приемы используются при составлении таблицы умножения?
5. Какие приемы используются при составлении таблицы деления?
6. Назовите особые случаи умножения и деления.
7. Назовите внетабличные случаи умножения и деления.
8. Расскажите о методических подходах, используемых для формирования знаний об особых случаях умножения и деления.
9. Почему нельзя опираться на знание переместительного свойства при изучении умножения на единицу и на нуль?
10. Что является теоретической основой внетабличных случаев умножения и деления; деления числа на 1?
11. Какова последовательность изучения внетабличных случаев умножения и деления? Раскройте методику изучения каждого случая.
12. В чем особенность деления с остатком? Изложите методику изучения деления с остатком.
13. Назовите приемы устных вычислений в пределах тысячи и многозначных чисел. Какова теоретическая основа и методика изучения каждого приема? Приведите примеры вычислений и дайте образец рассуждений учащегося.

14. Назовите последовательность изучения письменных приемов умножения и деления.
15. Дайте характеристику подготовительному этапу изучения умножения на однозначное число.
16. Назовите последовательность изучения случаев умножения на однозначное число. Приведите пример рассуждений учащегося.
17. Раскройте методику изучения письменного умножения на однозначное число. Что является его теоретической основой? Какие подготовительные задания предлагаются учащимся? С чего начинается изучение умножения на однозначное число, какие методические приемы используются? Приведите пример рассуждений учащегося.
18. Проанализируйте методику изучения умножения на двузначное число. Как осуществляется подготовительная работа, проводится объяснение? Приведите пример устного умножения на двузначное число и продемонстрируйте запись этого примера в столбик. Приведите пример рассуждений учащегося.
19. Раскройте особенность методики умножения на разрядные единицы.
20. В какой последовательности изучается деление на однозначное число?
21. Что является теоретической основой письменного деления на однозначное число? Раскройте методику его изучения [приведите пример деления на однозначное число, опишите, как проводится первичное ознакомление с данным приемом, приведите пример рассуждения, укажите, какие ошибки могут допускать учащиеся начальных классов и как предотвратить их появление).
22. Охарактеризуйте подготовительный этап изучения письменного деления на однозначное число.
23. Назовите алгоритм письменного деления на однозначное число.
24. Что является теоретической основой деления на двузначное или трехзначное число?
25. Раскройте особенность методики деления на разрядные числа.
26. Изложите методику изучения деления на двузначное число. Дайте образец рассуждений учащихся.
27. Проверьте правильность рационального решения, предложенного учащимся: $32 \cdot 2 \cdot 50 = 32[2 \cdot 50) = 3\,200$; $32 \cdot 80 + 32 \cdot 20 = 32 \cdot 100 = 3200$; $83 \cdot 15 + 17 \cdot 15 = 100 \cdot 15 = 1\,500$. Какое правило применялось?
28. Какое свойство лежит в основе письменного приема умножения на двузначное и многозначное число? Выполните умножение чисел: $3425 \cdot 26$, назовите компоненты действий.
29. Какое свойство лежит в основе вычислительного приема, используемого для решения примеров: $7 \cdot 90$; $8 \cdot 300$; $25 \cdot 20$; $15 \cdot 300$? Приведите подробную запись вычисления. Какие знания и умения необходимо актуализировать перед ознакомлением с данным вычислительным приемом?

30. Приведите рассуждения при выполнении деления многозначных чисел на трехзначное число на примере: 8 184:341.

31. Приведите рассуждения учащихся при делении многозначных чисел, оканчивающихся нулями, например 3 240:60.

Высокий уровень компетенции

1. С какой целью учитель предложил выполнить действия и сравнить ход и результаты решения: 25·24; 25·4·6; 25·(20+4]?

2. Учитель показал смысл действия деления с остатком на конкретном примере в процессе выполнения действий над предметными множествами: «17 тетрадей раздали 5 ученикам. Сколько тетрадей получил каждый ученик?» Выполнив деление практически, учащиеся убедились, что каждый получил по 3 тетради и еще 2 тетради остались лишними. Выполнили запись: 17:5=3 (ост. 2), назвали компоненты действий: 17 — делимое, 5 — делитель, 3 — неполное частное, 2 — остаток. Учитель объяснил, что для проверки правильности выполнения действия деления необходимо убедиться, что остаток меньше делителя; умножить неполное частное на делитель; к полученному результату прибавить остаток: 3·5+2=17.
Дайте характеристику действиям учителя (правильно ли он выбрал методические приемы, почему дал именно такое объяснение, какие еще можно было использовать методические приемы].

3. Прежде чем предложить учащимся решить примеры вида: 42:2; 96:3; 408:4; 6 824:2, учитель повторил с ними табличные случаи умножения и соответствующие случаи деления, деление разрядных чисел на однозначное число, способы замены числа суммой разрядных слагаемых, алгоритм письменного деления на однозначное число. Дайте характеристику действиям учителя.

4. Найдите значения выражений и укажите причины ошибок при выполнении деления чисел: а) 233 692:46=508 (ост. 12); б] 3 834:451=7(ост. 677). Дайте характеристику следующим предположениям: в первом случае причина ошибки состоит в том, что учащийся не определил число цифр в частном и при делении последнего неполного делимого 12 на 46 не записал в частном нуль; во втором случае причины ошибки в том, что не проведено сравнения остатка с делителем (остаток всегда должен быть меньше делителя); для предупреждения и ликвидации ошибок необходимо сформировать знание алгоритма письменного деления с остатком, умение пользоваться им, проводить проверку правильности выполненного решения.

5. При знакомстве учащихся со случаем умножения с единицей учитель предложил заменить умножение сложением и вычислить: 1·5=1+1+1+1+1, 1·5=5. При решении примера 5·1 он предложил применить переместительное свойство умножения: 1·5=5, 5·1=5.

Аналогично учитель составил пары примеров: 1·4=4 и 4·1=4; 14·1=14и 1·14=14· и т.п. Сравнив решение примеров, он сделал вывод: при умножении единицы на число и числа на единицу получается это же число. Какую ошибку допустил учитель?

6. При ознакомлении с новым вычислительным приемом, используемым при вычислении 42:3, учитель провел объяснение следующим образом: «Чтобы 42 разделить на 3, нужно число 42 заменить суммой удобных слагаемых, выделить целое число десятков, которое делится на 3, — это 30. Второе слагаемое находят вычитанием (42-30=12). Получаем пример: 42:3=(30+12):3. Применяем правило деления суммы на число. Чтобы разделить сумму на число, нужно разделить каждое слагаемое на это число и результаты сложить. 42:3=(30+12):3=30:3+12:3=10+4=14». После объяснения учитель предложил для закрепления пример: 56:4. Укажите метод, который использовал учитель.

7. Предложены упражнения вида: а] 48:2+6·3, [48:2+6)·3, 48:(2+ +6)·3; б) 48·6+7+8, 48:6·7:8. Позволяют ли они решить следующие задачи: закрепить умение применять правило порядка действий в выражениях; научить анализировать различные числовые выражения с точки зрения признаков, на которые сориентировано то или иное правило; развивать умение запоминать порядок действий в выражениях?

8. Прежде чем познакомить учащихся с алгоритмом письменного умножения, учитель предложил следующие виды заданий:
   А. Замените число, например 345, суммой разрядных слагаемых.
   Б. Закончите запись: (200+60+4)·3=200·3+...+...
   В. Объясните прием вычислений: 245·3=(200+40+5)·3= =200·3+40·3+5·3=600+120+15=735.

   Дайте характеристику действиям учителя. Позволяют ли данные упражнения избежать формального применения алгоритма письменного умножения, установить связь между устными и письменными приемами вычислений, обеспечить переход от устных к письменным вычислениям, убедить учащихся в преимуществе использования алгоритма письменного умножения? Обоснуйте свой ответ.

9. Прежде чем приступить к изучению письменного деления многозначного числа на двузначное, учитель предложил следующие виды заданий: а) на округление чисел (например, 48, 33 — до десятков, 325, 280 — до сотен и т.п.; б) на умножение и деление в пределах тысячи для случаев, сводящихся к табличным (например 70· 50; 480:60 и т.п.); в) на умножение двузначного числа на однозначное (например, 78 · 3); г) на деление с остатком (например, 45:7 и т.п.); д) на анализ алгоритмов (например, сравнить выражения: 240:6 и 24:6 и т.п.). Верно ли подобраны задания? Обоснуйте свой ответ.

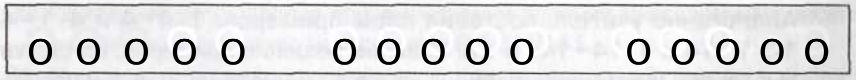


Рис. 48

10. При ознакомлении с новым вычислительным приемом деления двузначного числа на однозначное (42:3) учитель проиллюстрировал пример с помощью палочек и пучков палочек, дав следующее объяснение: «42 — это 4 десятка и две единицы. 3 десятка делится на 3, остается 12 палочек. 12 также делится на 3». Далее учитель записал рассуждения так: 42:3=(30+12):3. Затем он предложил учащимся вспомнить правило деления суммы на число. Получив от них ответы, учитель предложил выполнить необходимые действия самостоятельно, затем предложил второй пример (56:4) и дал задание показать с помощью палочек, какими слагаемыми удобно заменить число 56. Убедившись, что учащиеся выполнили задание верно, он предложил записать пример и решить его самостоятельно, применив правило деления суммы на число. Какие методы использовал учитель?
11. Чтобы показать учащимся связь между компонентами и результатом действия умножения, учитель предложил им составить равенства по рисунку (рис. 48). Учащиеся составили примеры: 5·3=15, 15:5=3, 15:3=5. Затем они провели сравнение примера на умножение с примерами на деление и сделали вывод: если произведение разделить на один множитель, то получится второй множитель. Для усвоения связи между произведением и множителями учитель предложил решить примеры на деление, пользуясь примерами на умножение (5·8=40 и 40:5=... и т.п.); по примеру на умножение составить 2 примера на деление; составить 2 примера на умножение и 2 — на деление с числами 9, 2, 18. Какие задачи ставил учитель? Обоснуйте правильность методических приемов, использованных учителем.
12. Проанализируйте предложенный в подразд. 3.3.4 фрагмент урока «Письменное умножение на однозначное число». Верно ли определены задачи урока? Какая подготовительная работа предшествует изучению новой темы? Какие еще задания можно предложить учащимся? Какие наглядные средства можно использовать на данном уроке? Дайте характеристику этапу усвоения новых знаний.
13. Разработайте конспекты уроков «Изучение особых случаев умножения и деления», «Изучение деления с остатком», «Изучение умножения на трехзначное число», «Изучение деления на трехзначное число».

ГЛАВА 4

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

4.1. РОЛЬ И ФУНКЦИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

Общеобразовательная значимость текстовых задач определяется не только целью формирования умения решать задачи, но и возможностью их использования для усвоения математических знаний, предусмотренных программой, а также для развития интеллектуальных способностей учащихся. Текстовые задачи используются для раскрытия смысла арифметических действий и ознакомления с некоторыми математическими отношениями и понятиями. Решение текстовых задач способствует лучшему усвоению вопросов теории, включенных в программы по математике для начальных классов, связи математики с жизнью. Сам процесс решения задач развивает мышление учащихся и способствует воспитанию таких черт личности, как настойчивость, сила воли, аккуратность, пробуждает интерес к самому процессу поиска решения, дает возможность испытать глубокое удовлетворение, связанное с удачным решением задачи, и т. п. Таким образом, текстовые задачи служат средством обучения, воспитания и умственного развития учащихся.

В методической литературе (Ю. М. Колягин, М. И. Моро, А. М. Пышкало и др.) отмечается, что задачи становятся орудием, с помощью которого учитель обучает математике, т. е. они выполняют вполне определенные функции в обучении математике и в этом смысле представляют собой средство обучения. Использование текстовых задач как средства обучения, воспитания и развития учащихся связано с реализацией обучающих, развивающих и воспитательных функций.

Под обучающими понимаются функции задач, направленные на формирование у учащихся системы математических знаний, умений и навыков, например понятий о числе, арифметических действиях и их свойствах и т. п.

Под развивающими функциями следует понимать такие, которые направлены на развитие психических процессов (восприятия, мышления, речи, воображения, внимания, памяти), овладение приемами умственной деятельности, формирование умственных операций (анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, умение проводить умозаключения индуктивного и дедуктивного характера, высказывать гипотезы и проверять их, находить взаимосвязь изучаемого материала с окружающей жизнью).

Под воспитательными понимают функции, которые направлены на формирование познавательного интереса и самостоятельности, навыков учебного труда, нравственных качеств личности, развитие эмоциональной сферы, навыков самоконтроля и самооценки, а в целом — на становление и развитие личности.

Любая задача несет в себе самые разнообразные функции, которые выступают скрыто или явно, при этом ведущая функция задачи определена основной целью, ее постановкой перед учащимися и должна быть реализована в первую очередь. У задачи может быть одновременно несколько ведущих функций, например обучающая и развивающая. Воспитательная функция редко может быть основной, но элемент воспитания может и должен быть заложен в каждой задаче (Ю. М. Колягин).

4.2. ПОНЯТИЕ ТЕКСТОВОЙ ЗАДАЧИ

В широком смысле слова под задачей понимается некоторая проблемная ситуация с явно заданной целью, требующая исследования и разрешения человеком или решающей модели.

В методической литературе [2, 8] под задачей понимается некоторое задание на нахождение какого-либо результата, когда действие по его выполнению не указано, но дана необходимая часть специфической информации, на основе которой можно выбрать, а затем и выполнить действия. Другими словами, любое математическое задание можно рассматривать как задачу, выделив в нем условие и вопрос — требование, т. е. указание на то, что нужно найти, например:

1. Реши уравнение: $x+5=7$.

Условие: дано уравнение, даны два числа — 7 и 5. *Требование:* решить это уравнение.

2. Выбери из данных фигур те, которые являются прямоугольниками.

Условие: даны четырехугольники. *Требование:* выбрать прямоугольники.

3. У Оли было 6 открыток, ей подарили еще 3. Сколько всего открыток стало у Оли?

Условие: даны 6 открыток и 3 открытки. *Требование:* найти общее число открыток.

В начальном курсе математики понятие «задача» принято относить к заданиям, в которых описывается ситуация в виде связного лаконичного рассказа, рассматриваются некоторые отношения и значения величин и предлагается найти неизвестные значения величин, зависящих от данных и связанных с ними определенными отношениями, указанными в тексте задания. Поэтому задачи называют текстовыми, сюжетными или вычислительными.

Текстовая задача представляет собой словесную модель ситуации, события, процесса или явления.

Числовые или буквенные данные (значения величин) и текст, поясняющий, что обозначает то или иное данное, — это условие задачи. Искомое заключено в требовании (вопросе) задачи, которое может быть как в повелительной, так и вопросительной форме. Иногда задача формулируется так, что часть условия или вся задача излагается в виде вопроса, например: «Сколько марок было у Олега, если после того, как ему подарили 2 марки, у него стало 7 марок?»

Термин «решение задачи» употребляется в различных смыслах:

- план (способ, метод) (например: «Я нашел интересное решение»);
- процесс осуществления плана решения (например: «Я затратил на решение задачи 2 часа»);
- результат выполнения плана решения (например: «Запиши решение задачи»).

Решить задачу — значит установить связи и зависимости между величинами, входящими в задачу, и на этой основе выбрать, а затем и выполнить решение и дать ответ на вопрос задачи.

Полное решение состоит из анализа задачи, плана, указывающего на последовательность выполнения действий, пояснений к каждому выполняемому действию, выполнение этих действий, проверки полученного решения и записи ответа на вопрос задачи.

Довольно часто в практике работы возникает такая ситуация. Как только учитель предлагает задачу (например; «Было несколько яблок, съели 3, осталось 7. Сколько яблок было на тарелке?»), учащиеся дают ответ: 10. На вопрос учителя «Как ты узнал?», они отвечают примерно так: «угадал», «подумал», «сообразил», «потому, что 3 и 7 равно 10». Учитель не удовлетворен такими ответами. Поэтому учащимся необходимо пояснить, что решить задачу — значит объяснить, какие действия и почему нужно выполнить над числами, и ответить на вопрос задачи. Записать решение — значит показать с помощью цифр и знаков, что нужно сделать, чтобы получить искомое число.

4.3. КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

По методическим соображениям выделяются различные группы задач.

Все текстовые задачи по числу действий делятся на простые и составные. Простая задача решается в одно действие, а составная — в два и более действий.

При решении некоторых задач выбирать действие не нужно. Для ответа на вопрос некоторых задач достаточно установить связи между величинами на основе рассуждений, а арифметическое действие выполнять не требуется. Такие задачи называют задачами — вопросами или логическими задачами, например:

А. Из двух пунктов одновременно вышли навстречу друг другу 2 теплохода и встретились через 6 ч. Сколько времени находился в пути каждый теплоход?

Б. Оля выше Нади. Таня ниже Нади. Кто из них самый высокий?

На основе анализа задачной ситуации делается тот или иной вывод.

По числу данных и искомых задачи бывают определенные, неопределенные, переопределенные. Определенные задачи содержат столько данных, сколько необходимо для решения. Неопределенные и переопределенные задачи могут иметь недостающие или избыточные данные.

По фабуле выделяют задачи на движение, работу, время и т.п.

По способам решения выделяют следующие виды задач: на пропорциональное деление; на среднее арифметическое; на проценты; задачи, решаемые с конца, и т.п.

По методам решения задачи бывают арифметические, алгебраические, геометрические (графические), логические и т. д.

Рассмотрим классификацию простых задач.

Подбор и расположение простых текстовых задач в начальной школе подчиняются логике рассмотрения новых вопросов арифметической теории и вместе с тем отвечают требованию постепенного усложнения заданий.

К первой группе относятся простые задачи, при решении которых учащиеся усваивают конкретный смысл каждого из арифметических действий:

- нахождение суммы двух чисел («На тарелке лежали 3 яблока и 2 груши. Сколько фруктов лежало на тарелке?»);
- нахождение остатка («На тарелке лежало 7 яблок. 3 яблока съели дети. Сколько яблок осталось на тарелке?»);
- нахождение суммы одинаковых слагаемых (произведения) («На трех тарелках лежит по 2 пирожных. Сколько всего пирожных лежит на тарелках?»);
- деление на равные части («Учитель раздал 8 тетрадей двум девочкам поровну. Сколько тетрадей получила каждая девочка?»);
- деление по содержанию («Сколько тарелок потребовалось, чтобы разложить 8 огурцов по 2 огурца на каждую тарелку?»).

К второй группе относятся простые задачи, при решении которых учащиеся усваивают связь между компонентами и результатами арифметических действий. К ним относятся задачи на нахождение неизвестных компонентов:

- нахождение первого слагаемого по известной сумме и второму слагаемому («На клумбе расцвели несколько красных роз и 2 белые, а всего расцвело 7 роз. Сколько красных роз расцвело на клумбе?»);
- нахождение второго слагаемого по известной сумме и первому слагаемому («На клумбе расцвели 5 красных роз и несколько белых, а всего расцвело 7 роз. Сколько белых роз расцвело на клумбе?»);
- нахождение уменьшаемого по известному вычитаемому и разности («Миша поймал несколько рыб, из 3 рыб сварили уху, и еще осталось 4 рыбы. Сколько рыб поймал Миша?»);
- нахождение вычитаемого по известному уменьшаемому и разности («Миша поймал 7 рыб, несколько рыб зажарили, а 4 рыбы оставили для ухи. Сколько рыб зажарили?»);
- нахождение неизвестного первого множителя («На клумбе посадили 24 розы в 3 ряда поровну. Сколько роз в каждом ряду?»);
- нахождение неизвестного второго множителя («На клумбе посадили 24 розы в ряды по 8 шт. Сколько рядов роз посадили?»);
- нахождение неизвестного делимого («Папа предложил сыну задумать четное число и разделить его на 2. Сын получил ответ — 9. Какое число задумал сын?»);

- нахождение неизвестного делителя («18 разделили на неизвестное число и получили 9. Найдите неизвестное число»).

К третьей группе относятся задачи, при решении которых раскрываются понятия разности (6 видов) и кратного отношения (6 видов).

С понятием разности связаны следующие виды задач:

- разностное сравнение чисел или нахождение разности двух чисел (I вид) («На уроке технологии Юра сделал 5 корабликов из бумаги, а Аня — 3 кораблика. На сколько больше корабликов сделал Юра?»);
- разностное сравнение чисел или нахождение разности двух чисел (II вид) («На уроке технологии Юра сделал 5 корабликов из бумаги, а Аня — 3 кораблика. На сколько меньше корабликов сделала Аня ? »);
- увеличение числа на несколько единиц (прямая форма) («На уроке технологии Юра сделал 5 корабликов из бумаги, а Аня — на 2 кораблика больше. Сколько корабликов сделала Аня?»);
- увеличение числа на несколько единиц (косвенная форма) («На уроке технологии Юра сделал 5 корабликов из бумаги, это на 2 кораблика меньше, чем сделала Аня. Сколько корабликов сделала Аня?»);
- уменьшение числа на несколько единиц (прямая форма) («На уроке технологии Юра сделал 5 корабликов из бумаги, а Аня — на 3 кораблика меньше. Сколько корабликов сделала Аня?»);
- уменьшение числа на несколько единиц (косвенная форма) («На уроке технологии Юра сделал 5 корабликов из бумаги, это на 2 кораблика больше, чем сделала Аня. Сколько корабликов сделала Аня?»).

С понятием кратного отношения связаны следующие виды задач:

- нахождение кратного отношения двух чисел по вопросу: «Во сколько раз больше?» («Миша купил 8 тетрадей, а Оля — 2. Во сколько раз больше тетрадей купил Миша, чем Оля?»);
- нахождение кратного отношения двух чисел по вопросу: «Во сколько раз меньше?» («Миша купил 8 тетрадей, а Оля — 2. Во сколько раз меньше тетрадей купила Оля, чем Миша?»);
- увеличение числа в несколько раз (прямая форма) («Миша купил 8 тетрадей, а Оля — в 2 раза больше, чем Миша. Сколько тетрадей купила Оля?»);

- увеличение числа в несколько раз (косвенная форма) («Миша купил 8 тетрадей, это в 2 раза меньше, чем купила Оля. Сколько тетрадей купила Оля?»);
- уменьшение числа в несколько раз (прямая форма) («Миша купил 8 тетрадей, а Оля — в 2 раза меньше. Сколько тетрадей купила Оля?»);
- уменьшение числа в несколько раз (косвенная форма) («Миша купил 8 тетрадей, это в 2 раза больше, чем купила Оля. Сколько тетрадей купила Оля?»).

Здесь названы только основные виды простых задач. Однако они не исчерпывают всего многообразия задач.

Заметим, что при изучении арифметических действий сложения и вычитания рассматриваются простые задачи на сложение и вычитание. В связи с изучением действий умножения и деления вводятся простые задачи, решаемые этими действиями.

Отбор, система расположения задач в курсе математики начальных классов, методика работы над ними должны учитывать функции, которые могут быть возложены на этот вид упражнений, отвечать общим целям обучения и вместе с тем требованию постепенного усложнения заданий.

Следует отметить, что при любом подходе к обучению решению текстовых задач работа над задачами проводится в определенной последовательности. Порядок введения простых задач подчиняется содержанию программного материала.

4.4. МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ФОРМИРОВАНИЮ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ

В настоящее время обучение математике в практике работы начальной школы проводится по различным программам и учебникам. К каждому учебнику предлагаются методические пособия для учителя, в которых даются краткие указания и разъяснения, как подойти к решению той или иной задачи.

Обучение нацелено на формирование умения решать задачи определенных типов. При решении этих задач у учащихся формируется и закрепляется понятие об арифметических действиях. Они учатся решать сначала простые задачи, а затем составные, включающие в себя различные сочетания простых задач (Н. Б. Истомина).

Важно научить детей выполнять семантический и математический анализ текстовых задач, выявлять взаимосвязи между условием и вопросом, данными и искомыми, представлять эти связи в виде схематических и символических моделей. Процесс решения рассматривается как переход от словесной модели к модели математической или схематической. Этот подход сориентирован на формирование обобщенных умений: читать задачу, выделять условие и вопрос, устанавливать взаимосвязь между ними, осознанно использовать математические понятия при выборе арифметических действий для ответа на вопрос задачи. До знакомства с решением задачи проводится специальная работа, направленная на усвоение учащимися понятий и отношений, используемых при решении текстовых задач (А.В.Белошистая, Н.Б.Истомина и др.).

Для формирования умения решать задачи П. М. Эрдниев предлагает использовать метод взаимообратных задач. Например, находят решение предложенной задачи, затем составляют 2 взаимообратные задачи к данной и т. д.

В методической литературе [2] указывается, что необходимо проводить подготовительную работу перед решением задач. Учащиеся должны усвоить:

- отношения, связи и зависимости между величинами, на основе которых выбираются действия, необходимые для решения задачи;
- смысл арифметических действий;
- связь отношений «больше (меньше) на...», «больше (меньше) в...» с арифметическими действиями;
- связи между компонентами и результатом действия;
- умение переводить эти связи на язык математических отношений и зависимостей, осознанно выбирать действия.

По мнению Н.Б.Истоминой [8], готовность учащихся к знакомству с текстовой задачей предполагает сформированность:

- навыков чтения;
- представлений о смысле арифметических действий, их взаимосвязи, понятий «увеличить (уменьшить) на ...», разностного сравнения (для этих целей следует использовать не решения простых задач, а соотнесение предметных, вербальных, графических, схематических и символических моделей);
- основных мыслительных операций (анализ, синтез, сравнение, обобщение);
- умения описывать предметные ситуации и переводить их на язык схем и математических символов;

- умения чертить, складывать и вычитать отрезки;
- умения переводить текстовые ситуации в предметные и схематические модели.

Одной из важных задач обучения, стоящих перед учителем (независимо от того, по какой программе работает учитель), является формирование у учащихся общего умения решать арифметические задачи.

Умение решать задачи представляет собой сложное умение, включающее в себя ряд последовательно связанных частных умений:

- прочитать задачу и представить ту ситуацию, которая в ней описана;
- выделить условие и вопрос (требование) задачи, известные и неизвестные значения величин;
- установить связи и зависимости между величинами, входящими в задачу;
- перевести зависимости между данными и искомыми на язык математических символов (выражений, уравнений, равенств);
- составить план решения;
- выполнить решение задачи;
- проверить решение и записать ответ.

Обучение решению задач дает возможность работать над каждым из этих частных умений в отдельности и над их комплексным использованием в процессе решения задачи. При этом усваивается общий подход к решению любых задач (М.И.Моро).

Рассматривая вопрос использования текстовых задач в обучении математике, М. И. Моро отмечает, что целью работы над задачами вовсе не является разучивание с учащимися способов решения задач определенных типов. Цель состоит в том, чтобы обеспечить лучшее усвоение включенных в программу вопросов теории, научить применять теоретические знания на практике и развивать мышление учащихся.

В своих работах Ю. М. Колягин указывает, что не надо разучивать алгоритмы решения задач того или иного типа, но и не следует отказываться от обобщения решения нескольких задач в тот или иной метод (алгоритм, правило) решения задач определенного типа, так как каждый тип задач имеет свои особенности. Неслучайно почти во всех учебниках математики для начальной школы выделяются группы задач, например, задачи на движение (группа задач выделена по сюжету) и др.

В процессе работы над задачей можно выделить следующие этапы: ознакомление с содержанием задачи; поиск пути решения (разбор задачи), выполнение решения задачи; проверка и запись ответа.

Ознакомление с содержанием задачи. Начинать знакомство с задачей и ее частями можно с составления задачи. Например, можно предложить учащимся составить задачу про грибы: «Оля и Таня пошли в лес за грибами. Оля нашла 3 белых гриба (положила в корзиночку), Таня — 2 белых гриба (положила в корзиночку)». Устанавливается, что известно («Что мы знаем? » — «У Оли 3 гриба, у Тани 2 гриба») — это условие задачи. Формулируется вопрос задачи. («Что можно спросить про грибы?» — «Сколько всего грибов нашли дети? ») Учащиеся повторяют условие и вопрос задачи, затем всю задачу. Потом они отвечают на вопрос: «Как узнать, сколько всего грибов нашли дети?» («Нужно к 3 прибавить 2, получим 5 грибов, 3 + 2=5»). Это решение задачи. Учащиеся повторяют вопрос задачи и отвечают на него. Итак, задача включает следующие составные элементы: условие (3 гриба у Оли и 2 гриба у Тани), вопрос, решение (3 + 2), ответ (5 грибов).

Для лучшего усвоения понятия «задача» и его составных элементов работа проводится следующим образом. Задача разыгрывается по ролям. Один учащийся формулирует условие, другой — вопрос, третий — решение, четвертый — ответ. Затем составляется задача на нахождение остатка.

Следует отметить, что при выборе решения задачи необходимо иллюстрировать условие, а результат должен быть скрыт, чтобы учащиеся выбирали действие для нахождения результата, а не могли находить результат путем пересчета предметов, иллюстрирующих задачную ситуацию. Пересчет — это способ проверки правильности полученного результата.

В практике работы школ многие учителя предлагают учащимся памятку:

1. Известно... . 2. Надо узнать... . 3. Объясняю... 4. Решаю... . 5. Ответ... .

На данном этапе необходимо предлагать задания, выполнение которых позволяет лучше осознать суть задачи и ее структуру, например выбрать задачу из приведенных ниже текстов:

1. Оля нашла 5 белых грибов, Таня — 3. Всего дети нашли 8 грибов.

2. Два кольца, два конца, в середине гвоздик. Что это?

3. Оля нашла 5 белых грибов, Таня — 3. Сколько всего грибов нашли дети?

При ознакомлении учащихся с содержанием задачи нового типа важно научить читать ее (выделять интонацией данные, искомые и слова, влияющие на выбор действия, соблюдая логические паузы) и переформулировать (пересказывать кратко и ясно содержание задачи, отбросив все лишнее, но сохранив связи и зависимости между величинами). Проведение такой работы требует постановки специальных вопросов по содержанию задачи: о чем говорится в задаче? Что известно в условии задачи? Что требуется найти? Эти вопросы помогают учащимся осознать суть задачи.

Задачную ситуацию можно проиллюстрировать с помощью реальных предметов или предметов их заменяющих (предметное моделирование), например: «На тарелке лежало 3 красных и 2 зеленых яблока. Сколько всего яблок лежало на тарелке?»

Иллюстрация задачи может быть выполнена в виде схематического рисунка, например: 3 красных круга и 2 зеленых; два отрезка длиной 3 см и 2 см.

Предметное моделирование или схематический рисунок помогают осознать суть задачи и обосновать выбор выполняемых действий.

Постепенно предметную иллюстрацию заменяют схематической, которая называется в методической литературе краткой записью. В краткой записи фиксируют основные «опорные» слова, данные и искомые, а также некоторые слова, влияющие на выбор действия и указывающие на отношения между величинами, входящими в задачу.

Покажем на примере различные виды наглядной интерпретации задачи: «Мама купила 3 кг яблок по 30 р. за 1 кг и 2 кг груш по 40 р. за 1 кг. Сколько стоит вся покупка?»

Схематическая краткая запись приведена ниже:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ябл. — 3 кг по 30 р.}\\ \text{Гр. — 2 кг по 40 р.}\end{array}\right\}?$$

Схематическая запись отражает все данные, искомые и вопрос задачи.

Краткую запись можно представить в виде таблицы (табл. 6). Чтобы записать задачу в виде таблицы, выделяют величины, о которых идет речь в задаче, и фиксируют их в таблице, затем устанавливают и фиксируют данные и искомые. Неизвестные величины обозначают знаком вопроса.

В данной таблице зафиксированы данные и искомые в легко обозримой форме, что помогает лучше осознать содержание задачи, связи и зависимости между входящими в нее величинами.

Таблица 6

Цена	Количество	Стоимость
Ябл. — 30 руб.	3 кг	
Гр. — 40 руб.	2кг	

Для осознания сути некоторых задач эффективен чертеж, например: «Из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода и встретились через 2 ч. С какой скоростью шел первый, если второй шел со скоростью 5 км/ч?» При выполнении чертежа необходимо отметить пункты отправления, указать направления движения стрелкой, соблюдая отношения: большему расстоянию должен соответствовать отрезок большей длины (рис. 49).

Данный чертеж отражает все связи и зависимости между величинами и облегчает поиск пути решения задачи.

Следует отметить, что наглядная интерпретация более эффективна, если ее выполняют сами учащиеся, сначала под руководством учителя, затем самостоятельно.

Целесообразность использования наглядных средств в процессе обучения решению задач зависит от цели, которая состоит в усвоении как этих наглядных средств, так и знаний, ради которых они используются.

Учитель должен научить учащихся выделять, систематизировать и располагать данные и искомые таким образом, чтобы выполненная наглядная интерпретация задачи помогла обнаруживать скрытые связи между данными и искомыми величинами, входящими в задачу.

Наглядные интерпретации могут быть различными, но требование к ним единственное — они должны помогать учащимся находить путь решения задачи. В противном случае их использование нецелесообразно. В методической литературе [2] отмечается, что с течением времени для многих учащихся, возможно, отпадет необходимость в краткой записи: «Было бы лишней тратой времени требовать ее выполнения и в том случае, если ход решения задачи ясен учащемуся сразу после первого прочтения задачи».

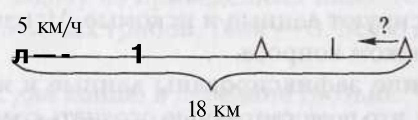


Рис. 49

В процессе ознакомления с содержанием задачи и выполнения ее наглядной иллюстрации часть учащихся осознает связи между величинами, входящими в задачу, и может находить путь ее решения. Однако для некоторых учащихся этого недостаточно, чтобы осознать задачную ситуацию и составить план решения. В этом случае учитель проводит беседу, которую в методической литературе называют разбором задачи или поиском пути решения.

Поиск пути решения задачи. Правильный и осознанный выбор пути решения задачи обеспечивает метод беседы. Рассуждения можно вести как от вопроса к данным, так и от данных к вопросу. Причем поиск решения можно проводить с опорой на наглядную иллюстрацию (краткая запись, таблица, схематический чертеж или рисунок и т. п.) или по тексту задачи без использования наглядных средств.

Рассмотрим данный метод на примере конкретной задачи: «Для детского сада привезли 4 ящика помидоров по 10 кг в каждом и несколько ящиков огурцов по 8 кг в каждом. Сколько ящиков с огурцами привезли в детский сад, если всего овощей привезли 64 кг?»

Начиная рассуждения от данных, учитель задает вопросы:

О чем говорится в задаче?

Сколько ящиков с помидорами привезли в детский сад?

Какова масса одного ящика?

Что можно узнать по этим данным?

Составляется план решения: «Первым действием находим массу помидоров, вторым — массу огурцов, третьим — количество ящиков с огурцами».

Учитель предлагает учащимся прочитать вопрос и подумать, получен ли ответ на вопрос задачи.

Суть разбора задачи «от данных к вопросу» состоит в следующем: учитель обращает внимание учащихся на два взаимосвязанных числовых данных и ставит вопросы о том, что можно узнать по этим данным и каким действием. Полученный результат (значение величины) сопоставляют с условием задачи, вновь выбирают два взаимосвязанных числовых данных и ставят те же вопросы. И так действуют до тех пор, пока не будет получен ответ на вопрос задачи.

Поиск пути решения можно начинать от вопроса. Учитель задает вопросы:

Каков основной вопрос задачи?

Что нужно знать для ответа на этот вопрос? (Массу всех огурцов и массу одного ящика с огурцами.)

Что нужно знать, чтобы найти массу огурцов? (Общую массу овощей и массу помидоров.)

Что нужно знать, чтобы найти массу помидоров? (Массу одного ящика с помидорами и число ящиков, а это мы знаем.)

Составляется план решения задачи.

Если поиск решения по тексту задачи вызывает затруднения у учащихся, то можно использовать краткую запись условия задачи или запись в виде таблицы. Учитель может направлять выполнение краткой записи вопросами:

О каких величинах идет речь в задаче? (Отметим в таблице.)

О чем говорится в задаче?

Какие овощи привезли в детский сад? (Огурцы и помидоры — отмечается в таблице.)

Какова масса одного ящика с помидорами? (10 кг — отмечается в таблице.)

Сколько таких ящиков привезли? (4 — фиксируется в таблице.)

Известна ли масса помидоров? (Нет — отмечается в таблице знаком вопроса.)

Какова масса одного ящика с огурцами? (8 кг — отмечается в таблице.)

Известно ли сколько таких ящиков привезли? (Нет — отмечается в таблице знаком вопроса.)

Какова масса огурцов? (Неизвестно, отмечается знаком вопроса.)

Что обозначает число 64? (Массу всех овощей — отмечается в таблице.)

Затем учитель обращает внимание учащихся на основной вопрос задачи и он отмечается в табличной записи задачи.

Данные и искомые задачи представлены в легкообозримой форме, что облегчает поиск решения задачи. Таким образом, в краткой записи зафиксированы все задачные ситуации, все данные и искомые, основной вопрос задачи. Подобную наглядную интерпретацию в методической литературе называют вспомогательной моделью задачи.

Итак, суть поиска решения задачи при рассуждении «от вопроса» состоит в том, что обращается внимание на основной вопрос задачи и устанавливается, какие значения взаимосвязанных величин необходимы для ответа на данный вопрос. Затем устанавливается, какое значение величины неизвестно и какие 2 величины необходимы для того, чтобы найти эту неизвестную величину. Такие рассуждения проводятся до тех пор, пока не дойдут до данных, необходимых для ответа на поставленный вопрос. План решения составляется в рассуждениях, противоположных направлению разбора задачи.

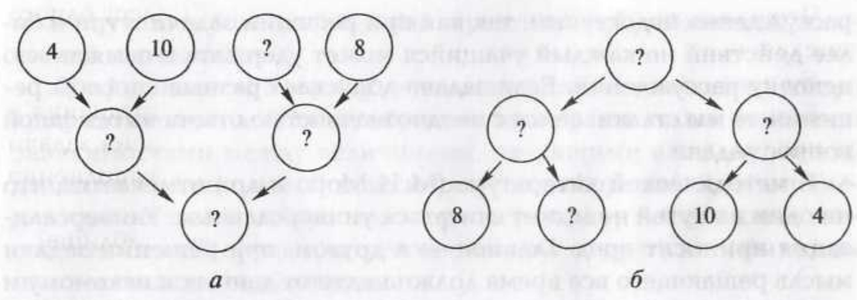


Рис. 50

Рассуждения «от данных к вопросу» называют синтетическим способом разбора (поиском пути решения) задачи (рис. 50, *а*), а рассуждения «от вопроса» — аналитическим способом разбора (см. рис. 50, *б*). Возникает вопрос: какому способу отдавать предпочтение?

Некоторые учителя отдают предпочтение разбору задачи, который начинается с вопроса. Они считают, что этот способ наиболее четко направлен на составление плана решения задачи, при этом учащиеся получают представление о решении задачи в целом, а не об отдельно выбранных действиях.

Другие отдают предпочтение разбору задачи от данных к вопросу, полагая, что этот способ разбора доступен и понятен учащимся, у которых вырабатывается умение предвидеть, что можно узнать по данным в условии задачи. При этом легко направить мысль учащегося в нужное русло.

Нужно сказать, что правы и те и другие, поскольку они ориентируются на положительные стороны каждого из рассматриваемых способов поиска решения задачи. Но нельзя забывать и о недостатках каждого способа. Так, при разборе «от данных к вопросу» нередко приходится сталкиваться с неоднозначностью ответа на вопрос задачи. Например, зная, что масса арбуза — 6 кг, а масса дыни — 2 кг, можно найти:

а) какова масса арбуза и дыни;
б) на сколько больше масса арбуза, чем масса дыни;
в) на сколько меньше масса дыни, чем масса арбуза;
г) во сколько раз масса арбуза больше, чем масса дыни;
е) во сколько раз масса дыни меньше, чем масса арбуза.

Следует отметить, что рассуждение «от вопроса к данным» требует более высокого уровня мышления, и для многих учащихся эти рассуждения недоступны, так как при решении задачи в три и более действий не каждый учащийся может удержать в памяти всю цепочку рассуждений. Если задача допускает разные способы решения, то мы сталкиваемся с неоднозначностью ответа на основной вопрос задачи.

В методической литературе (М.И.Моро и др.) отмечается, что ни один из путей не может считаться универсальным. Универсализация приносит вред. Главное — в другом, при решении задачи мысль решающего все время должна идти от данных к искомому и от искомого к данным — только такое встречное движение в обоих направлениях и делает разбор задачи целенаправленным.

При разборе задачи любым способом нельзя упускать из виду основной вопрос. Если установлено, что сразу на вопрос задачи ответить нельзя, то нужно выяснить, что необходимо найти для ответа на вопрос и что можно найти сразу по данным задачи.

Начав рассуждения с вопроса, следует обратиться к данным, а при рассуждениях «от данных» ориентироваться на основной вопрос задачи. Следует отметить, что особенности разбора зависят от структуры задачи, особенностей мышления, уровня подготовки и развития учащихся; это требует от учителя продуманного подхода к выбору способа разбора задачи.

Решение задач различными методами и способами. При обучении решению текстовых задач необходимо стремиться к тому, чтобы учащиеся отдавали себе отчет в возможности различных способов решения и сознательно выбирали наиболее рациональный из них. Поэтому решению задач различными способами в практике обучения необходимо уделять больше внимания.

Умение решать задачу различными способами связывается с развитием гибкости мышления и играет определенную роль в развитии умственных способностей и математического мышления. Обучение решению задач различными способами способствует более глубокому осознанию задачной ситуации, пониманию взаимосвязей между величинами, входящими в задачу, между данными и искомыми, развивает наблюдательность и математическую зоркость. В методической литературе отмечается, что решение задачи различными способами часто бывает более полезным, чем решение одним способом нескольких задач. При оценке разных способов решения активно используются такие умственные операции, как анализ, синтез, сравнение, обобщение, что оказывает положительное влияние на развитие умственных способностей учащихся.

В методической литературе выделяют арифметические и алгебраические методы решения задач. Кроме этих основных методов

можно указать еще графический, практический, табличный, логический и смешанный.

Арифметический метод решения задачи основан на выборе арифметических действий, обусловленном различными связями и зависимостями между величинами, входящими в задачу, между данными и искомыми. В зависимости от выбора величин и последовательности их выбора можно решить задачу несколькими способами. Способы решения отличаются друг от друга хотя бы одним или несколькими действиями.

Например, дана задача: «Для похода туристы закупили 96 банок консервов. В день они расходовали по 8 банок. Сколько банок консервов у них осталось после 10 дней?»

Задача может быть решена двумя способами.

1-й способ:	2-й способ:
1) $8\cdot10=80$ (б.);	1) $96:8=12$ (дн.);
2) $96-80=16$ (б.).	2) $12-10=2$ (дн.);
	3) $8\cdot2=16$ (б.).

Сопоставив рассмотренные способы решения задачи, нетрудно заметить, что 1-й способ рациональный.

Алгебраические способы решения задач основаны на общем методе, заключающемся в установлении неизвестного, обозначении его буквой и введении его в текст задачи. Затем на основе выделенных зависимостей между величинами составлют два выражения, которые связаны отношением равенства, что позволяет записать уравнение или систему уравнений. Таким образом, текст задачи переводят на язык математики, составляют математическую модель задачи. В зависимости от выбора неизвестного и от хода рассуждений можно составить несколько уравнений к одной и той же задаче, т.е. решить задачу несколькими алгебраическими способами.

Например, дана задача: «Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу вышли два лыжника и через 2 ч встретились. Найдите скорость каждого лыжника, если расстояние между пунктами было 44 км, а скорость одного больше скорости другого на 2 км/ч».

Пусть x км/ч — скорость первого лыжника, тогда скорость второго — $x+2$ км/ч. Расстояние, пройденное первым лыжником за 2 ч, — $2\cdot x$ км, а вторым — $(x+2)\cdot2$ км. По условию задачи, расстояние между пунктами равно 44 км. Составляем уравнение: $2\cdot x+(x+2)\cdot2=44$. Отсюда $4\cdot x=40$, $x=10$. Ответ: скорость первого лыжника — 10 км/ч, скорость второго — $10+2=12$ (км/ч).

По условию задачи можно составить второе уравнение: (х-2) x x2 + 2x=44. Отсюда: 4x=4 + 44; 4x=48; x= 12. Ответ: скорость второго лыжника — 12 км/ч, скорость первого — 12-2=10 (км/ч).

Таким образом, задача решена двумя алгебраическими способами.

Практический метод решения задачи заключается в выполнении действий над предметными множествами, иллюстрирующими задачную ситуацию, а для ответа на вопрос арифметическое действие можно не выполнять. Например, дана задача: «8 яблок разложили на две тарелки. По скольку яблок на каждой тарелке?» Эту задачу в 1 классе учащиеся могут решить только практически: берут рисунки с изображением яблок (или кружки) и раскладывают на тарелки. Ответ на вопрос находят путем пересчета яблок на каждой тарелке. Использование этого метода целесообразно лишь в случае, когда выполняются действия над небольшим количеством предметных множеств, иллюстрирующих задачу.

Графический метод решения задач представляет собой построение чертежа, позволяющего дать ответ на вопрос задачи без выполнения арифметического действия. Например, дана задача: «Масса арбуза — 5 кг, а масса дыни на 2 кг меньше. Какова масса дыни?»

Изобразим числовые данные в виде отрезков (рис 51).

Ответ на вопрос можно дать, пересчитав отрезки или измерив полученный отрезок. Решение задачи графическим способом дает возможность усилить ее обучающую функцию, кроме того, служит способом проверки решения задачи арифметическим способом. Иногда решение задачи графическим способом связано не только с построением отрезков, но и с их измерением.

В методической литературе [2] отмечается, что почти любую арифметическую задачу, которую решают в 1 классе, можно решить графически без выполнения арифметических действий. При этом учащиеся могут убедиться, что иногда этот подход к решению задач приводит к усложнению, а иногда позволяет легко и просто решить задачу.

Рис.51

Табличный метод решения задач — это метод произвольного допущения. Он дает возможность показать предельно четкое и ясное решение некоторых задач, представляющих немалую трудность. Например, дана задача: «В парке посадили 40 деревьев, причем на каждую липу приходилось 4 клена. Сколько лип и сколько кленов было посажено в парке?» Решение задачи записывается в таблице (табл. 7).

Таблица 7

Лип	Кленов	Всего	Лип	Кленов	Всего
1	4	5	6	24	30
2	8	10	7	28	35
3	12	15	8	32	40
4	16	20	9	36	45
5	20	25	10	40	50

Заполнив таблицу, обращают внимание на число, данное в условии задачи, — всего 40 деревьев, значение чисел в соответствующих колонках дают ответ на вопрос задачи.

Логический метод решения задачи состоит в том, что в процессе поиска решения на основе логических рассуждений можно дать ответ на вопрос задачи.

Смешанный *способ решения задачи* предполагает использование приемов работы по решению задач различными способами:

- беседа, в процессе которой учитель подводит учащихся к тому или иному способу решения задачи;
- обсуждение готовых решений — на доске учитель предлагает учащимся разные способы решения задачи и дает задание объяснить каждое выполняемое действие.

Поясним сказанное на примере задачи: «Рабочему было поручено изготовить 30 одинаковых деталей за 10 ч. Но рабочий, экономя время, успевал делать одну деталь за 15 мин. Сколько деталей сверх задания сделал рабочий за счет сэкономленного времени?»

В процессе беседы учитель, обратив внимание учащихся на соотношение единиц времени (10 ч = 600 мин), может привести их к указанным далее способам решения задачи или предложить готовые решения, а учащиеся должны объяснить каждое решение, сравнить разные способы и установить, какой из них оказался наиболее легким, рациональным.

1-й способ:

1) 600:30=20 (мин);
2) 20-15=5 (мин);
3) 5-30=150 (мин);
4) 150:15=10 (дет.).

2-й способ:

1) 15-30=450 (мин);
2) 600-450=150 (мин);
3) 150:15=10 (дет.).

3-й способ:

1) 60:15=4 (дет.);
2) 4-**10=40** (дет.);
3) **40-30=10** (дет.).

4-й способ:

1) 600:15=40 (дет.);
2) 40-30=10 (дет.).

Учитель также может предложить продолжить начатое решение, например: **1) 600:30=20;** 2) 20-...=5; 3) 5-... = 150; 4) ... : ... = **10.**

Возможно решение задачи по предложенному плану. Например, учитель предлагает план решения задачи, а учащиеся должны подобрать действие к каждому пункту плана:

- найдите время, затраченное на изготовление деталей (15-30=450);
- найдите сэкономленное время (600 - 450 = 150);
- найдите число деталей, которые рабочий сделал сверх задания **(150:15=10).**

Эффективным средством поиска различных способов решения для некоторых задач является выполнение удачной наглядной интерпретации задачи. Например, дана задача: «Длина огорода прямоугольной формы — 40 м, а ширина в 2 раза меньше. % площади огорода занято овощами, остальная площадь занята картофелем. Сколько квадратных метров занято картофелем?»

В процессе анализа текста задачи и ее решения рассуждения могут быть такими: «Длина огорода — 40 м, ширина — в 2 раза меньше, значит, можно найти ширину огорода: 40:2=20 (м). Известно: длина — 40 м, ширина — 20 м. Можно найти площадь участка: 40-20 = 800 (м^2). Найдем площадь, занятую овощами: 800:4-3=600 (м^2). Остальная часть занята картофелем — 200 м^2.»

Если построить к данной задаче схематический чертеж, то можно найти другие способы ее решения.

Чтобы найти площадь, занятую картофелем (рис. 52, *а, б,* в), достаточно найти длину и ширину участка, отведенного под картофель. Такие рассуждения доступны учащимся, и они могут самостоятельно найти решение по данной интерпретации задачи. Затруднения могут возникнуть при поиске решения по рис. 52, *г*. В этом случае учитель помогает учащимся осознать, что треугольники равны по площади и решение задачи будет иметь вид: 1) 40-20=800 (м^2); 2) 800:4=200 (м^2).

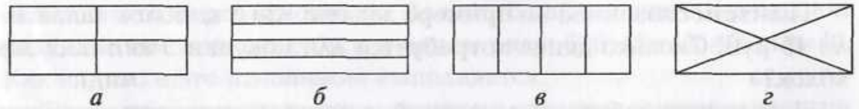


Рис. 52

Проверка решения задачи. В начальной школе рекомендуется использовать описанные ниже виды проверок.

Прикидка — установление границ искомого числа — самый элементарный способ проверки решения задачи. Суть этого способа состоит в том, что до решения или после него устанавливается, больше или меньше получающееся в результате решения число, чем какое-либо число, данное в задаче. Другими словами, прогнозируется некоторая степень точности результата решения.

Покажем использование этого приема на примере решения задачи: «В одной коробке было 7 карандашей, это на 2 карандаша больше, чем во второй. Сколько карандашей было во второй коробке?»

При решении задачи учащиеся нередко допускают ошибку в выборе действия, поэтому целесообразно проверить полученный результат. Выполнено решение: 7 + 2=9. Делаем прикидку: устанавливаем, больше или меньше получившееся число, чем 7.

В задаче сказано, что в первой коробке 7 карандашей и их больше, чем во второй. Значит, во второй коробке карандашей получится меньше, т. е. в ответе должно быть число, меньше, чем 7. Сопоставив с результатом, приходим к выводу, что задача решена неверно.

На основе анализа задачи находим верное решение: 7 - 2=5. Сопоставляем его результат с прогнозируемым числом — 7, приходим к выводу: полученное число меньше прогнозируемого, значит, задача решена верно. Этот способ может быть применен и к решению составных задач. Однако он лишь помогает заметить нелогичность в рассуждениях, но ошибка, допущенная в вычислении, может остаться незамеченной.

Проверка путем составления и решения обратной задачи заключается в том, что вначале решается исходная (предложенная) задача. Затем составляют задачу, обратную данной, и решают ее. Если в результате решения обратной задачи получают число, которое было известным в исходной задаче, то считается, что задача решена верно.

Поясним сказанное на примере задачи: «За 3 кг яблок заплатили 45 руб. Сколько денег потребуется для покупки 5 кг таких же яблок?»

В процессе работы над задачей учащиеся приходят к такому решению:

1) 45:3=15 (руб.); 2) 15·5=75 (руб.).

Чтобы проверить, правильно ли решена задача, учитель предлагает составить задачу, обратную данной. Для этого в условие исходной задачи вводится результат решения (75), которое становится известным, а одно из данных (45, 3, 5) — неизвестным. Затем учащиеся формулируют новую задачу, например, «На 75 руб. купили 5 кг яблок. Сколько килограммов таких же яблок можно купить на 45 руб.?».

В процессе анализа задачи получаем следующее решение:

45:(75:5)=3 (кг).

В результате решения обратной задачи получено число, которое есть в исходной, значит, можно утверждать, что задача решена верно.

Следует отметить, что для многих задач проверка решения таким способом вызывает затруднения, поскольку нужно составить, сформулировать и решить обратную задачу, которая к тому же может оказаться сложнее и труднее для учащихся. Поэтому такой способ проверки чаще всего применяется при решении простых задач.

Установление соответствия между числами, полученными в результате, и данными в условии задачи заключается в том, что с помощью рассуждений и арифметических действий проверяется выполнение всех отношений между данными значениями величин и найденным результатом.

Поясним сказанное на примере задачи: «Для посадки привезли 600 лип и 400 дубков. Их рассадили в ряды поровну. При этом лип получилось на 5 рядов больше, чем дубков. Сколько получилось рядов лип и сколько рядов дубков?»

В процессе анализа составляется план, а затем решение задачи:

1) 600-400=200 (д.);
2) 200:5=40 (д.);
3) 600:40=15 (ряд.);
4) 400:40=10 (ряд.).

Чтобы проверить, верно ли выполнено решение, установим, выполняется ли отношение: «лип на 5 рядов больше, чем дубков». Для этого сравниваем число рядов лип (15) с числом рядов дубков (10). Получаем (15-10=5), что рядов лип на 5 больше, чем рядов дубков. Далее, в задаче сказано, что деревьев в рядах поровну. Проверим,

выполняется ли это отношение. Для этого найдем число лип в одном ряду, а затем и число дубков в одном ряду: 600:15=40; 400:10=40. Как видим, и это отношение выполняется.

Таким образом, числа, полученные в ответе и данные в условии задачи, находятся в отношениях, указанных в условии задачи. Следовательно, задача решена верно. Этот способ проверки удобен при решении задач на пропорциональное деление и нахождение чисел по двум разностям.

Решение задачи различными способами, дающее один и тот же результат, позволяет сделать вывод, что задача решена верно.

Поясним сказанное на примере задачи: «От пристани в противоположных направлениях отошли два теплохода. Через 4 ч они находились на расстоянии 224 км друг от друга. Один из них шел со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью шел второй теплоход?».

Решение задачи было выполнено следующим образом: 224:4-30==26 (км/ч).

Для того чтобы убедиться, верно ли выполнено решение задачи, найдем другой способ решения: (224-30·4) :4=26 (км/ч).

В данном случае задача решена двумя арифметическими способами.

Сравнив результаты решения, делаем вывод: так как при решении задачи разными способами получены одинаковые результаты, то задача решена верно.

Следует отметить, что верность решения задачи можно проверить, решив задачу алгебраическим способом. Например, обозначив буквой «х» скорость второго теплохода, в процессе рассуждений можно составить уравнение по условию задачи: $x \cdot 4 + 30 \cdot 4 = 224$.

Решив уравнение, получаем: х=26. Результат оказывается таким же, что и при арифметическом решении. Так как при решении задачи различными способами (методами) получен один и тот же ответ, то задача решена верно.

Заметим, что осознание полезности и необходимости проверки решения задачи возникает тогда, когда создается ситуация, в которой правильность решения вызывает сомнение у учащихся или в результате решения получен неверный ответ. Поясним сказанное на примере решения задачи: «Из пачки взяли 18 тетрадей. После этого в ней осталось тетрадей в два раза меньше, чем было. Сколько тетрадей было в пачке сначала?».

При самостоятельном решении задачи многие учащиеся выполняют ошибочное решение: 18:2+ 18=27 (т.).

Другие учащиеся решают эту задачу следующим образом: 18·2=36 (т.).

В этом случае, пользуясь ситуацией, учитель может предложить учащимся проверить решение задачи. Под руководством учителя они составляют обратную задачу: «В пачке было 27 тетрадей, взяли 18. Во сколько раз меньше осталось тетрадей, чем было?». Затем учащиеся решают ее: 27-18=9 (т.); 27:9=3 (раза). Получен ответ: тетрадей осталось в 3 раза меньше, чем было. Это противоречит условию исходной задачи, так как в нем сказано, что тетрадей осталось в 2 раза меньше. Следовательно, задача решена неверно.

Затем проводится проверка решения, в котором был получен ответ 36. Учащиеся составляют обратную задачу и в результате ее решения получают ответ: оставшихся тетрадей в 2 раза меньше, чем было сначала. Это соответствует условию исходной задачи. Учащиеся убеждаются, что данное решение верное.

В процессе обучения решению текстовых задач у учащихся начальных классов должно быть не только сформировано умение решать задачи, но и выработана привычка выполнять проверку решения.

Выбор способа проверки решения задачи во многом зависит от структуры задачи и от цели, которую ставит на уроке учитель. Для некоторых задач приемлем любой из способов проверки.

Запись решения задачи. В методической литературе и в практике обучения учащихся начальных классов решению задач используются различные формы записи решения. Покажем их на примере задачи: «Из куска ткани можно сшить 12 детских плащей, расходуя на каждый плащ по 2 м. Сколько плащей для взрослых можно сшить из этой ткани, если на каждый плащ расходовать по 4 м?».

Запись решения по действиям с пояснением каждого действия выполняется так:

1) 2-12=24 (м) — ткани было в куске;

2) 24:4=6 (пл.) — сшили плащей для взрослых.

Пояснения могут даваться в устной форме, тогда решение имеет вид:

1) 2-12=24 (м);

2) 24:4=6 (пл.).

Запись решения имеет вид:

(2-12):4=6(пл.).

Запись вопросов и соответствующих действий к каждому вопросу приведена ниже:

1. Сколько метров материи пошло на детские плащи?

2-12=24 (м).

2. Сколько плащей для взрослых можно сшить из этой материи?

24:4=6 (пл.).

Запись плана решения и соответствующих действий к каждому пункту плана следующая:

1. Находим количество материи, израсходованной на детские плащи:

2-12=24 (м).

2. Находим количество плащей для взрослых, которые можно сшить из данного куска ткани:

24:4=6 (пл.).

Запись в виде уравнения и его решения приведена ниже.

Пусть x — число плащей для взрослых, тогда (х-4) м пошло на все плащи для взрослых; 2 • 12=24 (м) пошло на детские плащи. Количество ткани для плащей было одно и то же, тогда можно приравнять выражения: x-4=2 • 12.

Решение уравнения записывается так: х-4=24;

х=24:4;

х=6.

Ответ: 6 плащей для взрослых.

Следует отметить, что пояснение к каждому выражению можно не записывать, а проговаривать, тогда уравнение примет вид: х-4=2⋅12.

В процессе обучения решению задач учащиеся должны освоить следующие навыки: обосновывать выбор каждого действия, пояснять полученные результаты и давать ответы на вопрос задачи, выполнять проверку полученного результата при решении задачи.

4.5. ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ, СВЯЗАННЫХ С ДВИЖЕНИЕМ

Задачи на движение, рассматриваемые в начальных классах, включают описание процесса движения одного или двух тел. Но эти задачи по существу своих зависимостей между величинами, входящими в задачу, структуре и моделям нельзя отнести к особому виду задач. Рассмотрим в качестве примера пару задач:

1. За 6 ч рабочий изготавливает 120 одинаковых деталей. Сколько деталей он изготовит за 3 ч?

2. Пароход за 6 ч прошел 120 км. Сколько километров он пройдет за 3 ч, если будет идти с такой же скоростью?

Эту пару задач можно решить тремя различными способами:

1) 120:6-3=60;

2) 120: (6:3) =60;

3) 6 4=360 мин, 3 ч=180 мин, 180: (360:120) =60.

Приведем алгебраическое и арифметическое решения следующей пары задач:

1. Из двух городов, расстояние между которыми 280 км, выехали одновременно навстречу друг другу две машины. Через сколько часов они встретятся, если скрость первой машины 60 км/ч, второй — 80 км/ч?

2. Двум мастерам нужно изготовить 280 одинаковых детелей. За сколько часов они могут это сделать, работая совместно, если первый за час изготовляет 60 деталей, а второй — 80 деталей?

Арифметическое решение таково: 280: (60 + 80) =2.

Алгебраический способ решения записывается так: (80 + 60) -*x*=240, *x=2;* где *x* — время движения или работы.

Рассмотрим следующую пару задач:

1. Пешеход идет со скоростью 6 км/ч. Сколько километров он пройдет за 3 ч?

2. В одном ящике 6 кг яблок. Сколько килограммов яблок в трех таких ящиках?

Решения этой пары задач сводятся к нахождению суммы одинаковых слагаемых и имеют вид: 6-3=18. Как видим, структура, модели и способы решения задач полностью совпадают.

Однако в методической литературе задачи, связанные с движением тел, принято выделять в особый тип, поскольку они имеют свою особенность, которая состоит в том, что они построены на основе функциональной зависимости между тремя величинами: скорость, время, расстояние. Методика работы над задачами зачастую связана с использованием чертежа и построена на основе четких представлений о средней скорости движения тел и понятий «двигаться навстречу друг другу», «двигаться в одном направлении (вдогонку)», «выехали одновременно и встретились», «скорость сближения».

В процессе подготовки учащихся к восприятию этих понятий необходимо сформировать у них умение работать с чертежом, подвести их к осознанию понятия «скорость движения» и взаимосвязи между величинами, входящими в задачу. С этой целью можно предлагать учащимся пары задач одинаковой структуры и с одинаковыми числовыми данными, в одной из которых идет речь о движении тел без использования термина «скорость». Ниже приведены примеры таких пар задач.

1. В одной коробке 5 кг печенья. Сколько килограммов печенья в двух таких же коробках?

2. Пешеход за 1 ч проходит 5 км. Сколько километров он пройдет за 2 ч?

1. В трех одинаковых коробках 15 кг печенья. Сколько килограммов в одной коробке?

2. Пешеход за 3 ч прошел 15 км. Сколько километров он проходил за 1 ч?

1. В одной коробке 6 кг печенья, а во второй — 12 кг. Во сколько раз (на сколько) больше печенья в одной коробке, чем в другой?

2. Первый пешеход прошел 6 км, а второй — 12 км. Во сколько раз (на сколько) больше прошел второй пешеход, чем первый?

Решение подобных задач с использованием наглядной интерпретации в виде чертежа способствует лучшему усвоению понятий «скорость», «время», «пройденный путь» и зависимостей между этими величинами.

Понятие «скорость движения тел» разъясняется и конкретизируется в процессе решения задач на поиск расстояния, пройденного в единицу времени. Поясним сказанное на примере следующих задач:

1. Пешеход прошел за 3 ч 15 км. В каждый час он проходил одинаковое расстояние. Сколько километров он пройдет за 1 ч?

2. Лыжник прошел за 10 мин 2 000 м, проходя в каждую минуту одинаковое расстояние. Сколько метров проходил лыжник за 1 мин?

Поиск решения задач сводится к выполнению иллюстрации и к делению числового значения расстояния (пройденного пути) на равные части. После выполнения решения задач учащимся сообщают, что расстояние, пройденное в единицу времени (1 ч, 1 мин, 1 с), называют скоростью движения тел.

Для закрепления понятия скорости учащимся предлагают задания, в которых требуется объяснить смысл следующих выражений: «скорость самолета 700 км/ч», «легковая машина едет со скоростью 60 км/ч» и др.

Наряду с подобными заданиями предлагаются упражнения на сравнение скоростей, например: 5 км/ч и 500 м/мин; 300 км/ч и 5 км/мин; 120 км/ч и 12000 м/мин; 100 м/мин и 6 км/ч.

Чтобы сравнить скорости, необходимо выразить их значения в одних и тех же единицах данной величины. Рассуждения при этом могут быть следующими: «300 км/ч — это значит, что самолет за 1 ч пролетает 300 км. 1 ч=60 мин, значит, за 1 мин он пролетает расстояние в 60 раз меньше, чем 300 км. Делим 300 на 60, получаем 5 км/мин, значит, 300 км/ч=5 км/мин».

Выполнение подобных заданий способствует формированию понятия скорости и умения сравнивать скорости, выраженные в разных единицах, что в свою очередь положительно сказывается на умении решать задачи на движение.

Понятие «средняя скорость» вводится через решение задач вида: «Пешеход за первый час прошел 6 км, а за следующий час он прошел 4 км. Всего он был в пути 2 ч. Какова средняя скорость пешехода? Чтобы найти, с какой скоростью шел пешеход, необходимо пройденное расстояние $(6+4)=10$ км разделить на время, затраченное на его прохождение: $10:2=5$ (км/ч) — это средняя скорость пешехода на данном участке пути.

Для усвоения взаимосвязи между скоростью, временем и расстоянием рассматриваются три взаимообратные задачи. Учащимся предлагают задачу: «Пешеход прошел 15 км за 3 ч. Какова средняя скорость пешехода?» Делают краткую запись в виде таблицы и в процессе беседы находят решение. Затем составляют и решают две задачи, обратные данной. Наглядная интерпретация задачи представлена в табл. 8.

Таблица 8

Скорость (v)	Время (t)	Расстояние (s)
?	3 ч	15 КМ
5 км/ч	?	15 км
5 км/ч	3 ч	?

Сравнивая задачи и их решения, учащиеся формулируют правила нахождения каждой из рассматриваемых величин и записывают формулы:

$$s = v \cdot t;$$
$$v = s : t;$$
$$t = s : v.$$

Затем учащиеся могут решать задачи на основе знания формул.

Для осознанного усвоения зависимости между величинами (скорость, время, расстояние) целесообразно предлагать решение простых задач и на основе сравнения задач и их решений обращать внимание на зависимость между величинами и подводить учащихся к тому или иному выводу. Например, даны задачи:

1. Пешеход идет со средней скоростью 5 км/ч. Сколько километров он пройдет за 2 ч?

2. Лыжник идет со средней скоростью 10 км/ч. Какой путь он пройдет за 2 ч?

Сравнивая задачи и их решения: $5 \cdot 2=10$ (км); $10 \cdot 2=20$ (км), учащиеся приходят к выводу: чем больше скорость, тем большее расстояние будет пройдено за одно и то же время.

Решение нижеследующей пары задач и сравнение их решений дает возможность учащимся осознать обратно пропорциональную зависимость между величинами.

1. Лыжник прошел 24 км за 2 ч. С какой скоростью он шел?

2. Пешеход прошел 24 км за 4 ч. С какой средней скоростью шел пешеход?

Внимание учащихся обращают на зависимость между величинами: чем больше скорость, тем меньше времени требуется, чтобы пройти то же расстояние. Кроме того, выполнение такой работы дает возможность более полно реализовать обучающие и развивающие функции текстовых задач и подготовить учащихся к решению составных задач на нахождение четвертого пропорционального, в которых имеет место отношение равенства скорости или расстояния. Рассмотрим в качестве примера задачу: «Туристы прошли 24 км за 6 ч. Оставшийся путь они проходили с такой же скоростью и прошли его за 3 ч. Сколько километров им осталось пройти?». Поиску пути решения задачи поможет краткая табличная запись (табл. 9), при этом поиск пути решения (разбор задачи) легко проводить, рассуждая как от данных к вопросу, так и от вопроса к данным.

Таблица 9

Скорость	Время	Расстояние
? Одинаковая	6 ч	24 км
?	3 ч	?

Данные, входящие в условие задачи, таковы, что эту задачу можно решить различными способами. Деятельность учащихся можно организовать по-разному. Учитель в процессе беседы может подвести учащихся к каждому из способов решения задачи или записать на доске решения задачи и дать учащимся задание объяснить каждое выполняемое действие и обосновать его выбор.

1-й способ:	2-й способ:
$24:6 \cdot 3=12$ (км).	$24:(6:3)=12$ (км).

Особое место в учебниках отводится заданиям на сближение и удаление, в которых требуется найти расстояние между пунктами при известных скоростях и времени движения тел; скорость движения тела при известных скорости другого тела, времени сближения (удаления) и расстоянии между пунктами; время движения тел при известных их скоростях и расстоянии между пунктами. Например, даны задачи:

Рис.53

1. Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода и встретились через 3 ч (рис. 53). Найдите расстояние между пунктами, если скорость одного была 5 км/ч, второго — 4 км/ч.

2. Из одного и того же пункта вышли 2 пешехода и пошли в противоположных направлениях (рис. 54). Один из них шел со скоростью 5 км/ч, а второй — 4 км/ч. На каком расстоянии они будут через 3 ч?

При решении задач данного типа целесообразно использовать чертеж, так как он дает наглядное представление о характере движения и во многом помогает учащимся находить решение задачи. При этом наглядная интерпретация задачи более эффективна, если учитель выполняет чертеж совместно с учащимися.

Задачи данного типа можно решить двумя способами:
1) 5·3 + 4·3 = 27 (км); 2) (5 + 4)·3 = 27 (км).

Поэтому имеется возможность сравнить способы решения и выбрать рациональный. Очевидно, что рационален второй способ. Однако рассуждения в первом случае намного легче, так как учащиеся лучше усваивают зависимость между скоростью, временем и расстоянием.

В основе первого способа решения задач лежит взаимосвязь между скоростью, временем и расстоянием и умение находить значение одной из величин по двум данным. В процессе поиска решения задачи обращают внимание учащихся на то, что известны скорость и время, поэтому можно найти расстояния, пройденные пешеходами, а затем и все расстояние. Последовательность рассуждений и запись решения задачи полностью совпадают.

В основе второго способа решения задачи лежат понятия: «скорость сближения (удаления)», «время сближения (удаления)» и «расстояние (путь), на котором происходило движение тел». Этот

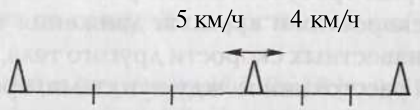


Рис. 54

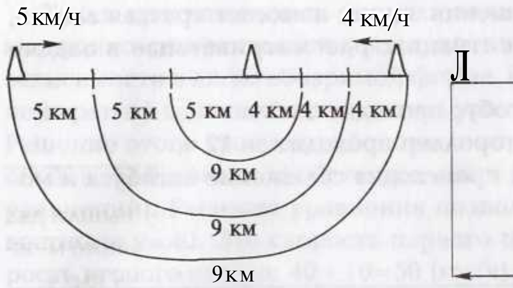


Рис.55

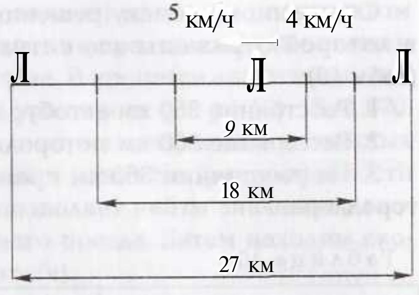


Рис. 56

способ решения вызывает затруднения у учащихся. Поэтому введение термина «скорость сближения (удаления)» целесообразно проиллюстрировать, разъяснить с помощью динамической таблицы (рис. 55).

Учитель передвигает фигурки пешеходов навстречу друг другу на одно деление и ставит вопрос: «На сколько километров приблизились пешеходы друг другу за первый час? » (Выполняется сложение: 5 + 4=9 км.) Затем учитель снова передвигает фигурки. Учащиеся осознают, что за каждый час пешеходы приближаются друг к другу на 9 км и через 3 ч происходит встреча. Зная, что за каждый час пешеходы сближались на 9 км и сближение происходило 3 ч, можно найти расстояние: 9·3=27 (км).

Аналогичные рассуждения проводятся и при решении задачи на движение в противоположных направлениях. Иллюстрация данной задачи приведена на рис. 56. Требуется найти время движения.

Решение задачи имеет вид: 27: (4 + 5) =3 (ч).

Лучшему усвоению данного материала способствует составление и решение обратных задач, составление задач по чертежу, краткой записи, данному решению.

Выполнение таких упражнений дает возможность подготовить учащихся к решению более сложных задач, например: «Расстояние между городами — 360 км, автобус проходит его за 6 ч, а мотороллер — за 12 ч. Через сколько времени произойдет встреча, если они одновременно выедут навстречу друг другу?».

При решении задач такого вида учащиеся испытывают значительные затруднения и часто допускают ошибки. Причина этих ошибок чаще всего возникает из-за неудачной краткой записи задачи.

Осознанному поиску решения задачи помогает краткая запись, в которой отражены все ситуации, рассматриваемые в задаче (табл. 10):

1. Расстояние 360 км автобус проходит за 6 ч.
2. Расстояние 360 км мотороллер проходит за 12 ч.
3. На расстоянии 360 км происходит сближение автобуса и мотороллера.

Таблица 10

	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	?	6 ч	360 км
Мотороллер	?	12 ч	360 км
Автобус и мотороллер	?	?	360 км

Такая запись является моделью задачи, так как в ней указаны все ситуации, рассматриваемые в задаче, и все связи и зависимости между данными и искомыми. По данной модели можно легко подвести учащихся к решению задачи, так как ясно, что для ответа на вопрос задачи нужно найти скорость сближения автобуса и мотороллера, а их скорости можно найти сразу.

Некоторые программы и учебники предусматривают решение более трудных и сложных задач: «Из двух городов навстречу друг другу вышли одновременно два поезда и встретились через 18 ч. Определите скорость каждого поезда, если расстояние между городами — 1 620 км, а скорость одного поезда на 10 км/ч больше скорости другого».

Учитель в процессе беседы подводит учащихся к составлению уравнения. Пусть скорость первого поезда — y (км/ч), тогда скорость второго — $y+10$ (км/ч). Скорость сближения поездов — $У+У+$ Ю (км/ч). Путь, пройденный ими до встречи: $\{y+y+10)\cdot 18=1\,620$.

Решая задачи алгебраическим способом, учащиеся тратят много времени на оформление записи при составлении уравнения, и им трудно удержать в уме всю цепочку рассуждений. Зная это, многие учителя используют табличную краткую запись (табл. 11), обозначая скорость одного из поездов буквой.

Таблица 11

	Скорость	Время	Расстояние
Первый поезд	y	18 ч	?
Второй поезд	$y+10$	18 ч	?
Два поезда		18 ч	1620 км

Такая краткая запись (модель задачи) является результатом аналитико-синтетической деятельности и представляет все связи и зависимости в легко обозримой форме. В процессе анализа табличной краткой записи легко составить уравнение: $(y+y+10)\cdot 18=1\,620$. Решение этого уравнения основано на использовании указанных свойств действия и свойств числовых равенств (равносильности уравнений). Решение уравнения позволяет найти значение неизвестного: $y=40$. Это скорость первого поезда. Затем находим скорость второго поезда: $40+10=50$ (км/ч).

Такая таблица дает возможность легко подвести учащихся к составлению уравнения.

Многие учителя предлагают учащимся решать задачи арифметическим способом.

Рассмотрим различные арифметические способы решения этой же задачи и затруднения, возникающие у учителя и учащихся. Приведем примерные рассуждения: «Расстояние между городами — 1 620 км, встреча произошла через 18 ч, можно найти скорость сближения: $1\,620:18=90$ (км/ч). Итак, найдена скорость сближения, а из условия задачи известно, что скорость одного из поездов была на 10 км/ч больше скорости другого. Это значит, что поезда сближались бы за каждый час на $90-10=80$ (км), если бы первый поезд шел с такой же скоростью, как и второй. Зная скорость сближения двух поездов (80 км/ч) и то, что они идут с одинаковой скоростью, можно найти скорость второго поезда: $80:2=40$ (км/ч). Скорость первого поезда — 50 км/ч, так как в условии сказано, что скорость первого поезда больше скорости второго на 10 км/ч.

Записывается решение задачи:

1) $1620:18=90$ (км/ч);
2) $90-10=80$ (км/ч);
3) $80:2=40$ (км/ч);
4) $40+10=50$ (км/ч).

Рассмотрим другой способ решения задачи — с помощью чертежа. Приведем примерные рассуждения:

Какой поезд пройдет большее расстояние? (Второй.)

Почему? (У него скорость на 10 км/ч больше.)

На сколько больше километров пройдет второй поезд? (На $18\cdot 10=180$ (км).)

Весь путь — 1 620 км, второй поезд прошел на 180 км больше (отмечается на чертеже). Можно ли найти расстояние, которое прошли бы оба поезда за 18 ч, если бы они оба шли со скоростью первого поезда? (Да, $1\,620-180=1\,440$ (км).)

Таким образом, 1 440 км прошли бы оба поезда, если бы шли с одинаковой скоростью. Можно ли теперь узнать, сколько километров прошел бы первый поезд? (Да, 1 440 : 2=720 (км).)

Итак, первый поезд прошел до встречи 720 км за 18 ч. Значит, можно найти его скорость: 720:18=40 (км/ч). Скорость второго поезда на 10 км/ч больше скорости первого: 40+ 10=50 (км/ч).

Записывается решение:

1) 10·18=180 (км/ч);
2) 1620-180=1440 (км);
3) 1440:2=720 (км);
4) 720:18=40 (км/ч);
5) 40+10=50 (км/ч).

Решение данной задачи сопряжено с определенными трудностями, связанными с необходимостью делать те или иные предположения. Чтобы предупредить затруднения и подготовить учащихся к решению такой задачи, полезно предложить им решить более простые задачи, например:

1. Два поезда приближаются друг к другу. Один идет со скоростью 40 км/ч, скорость другого на 10 км/ч больше. Найдите скорость сближения (рис. 57, а, *б]*.

2. Два поезда приближаются друг к другу за 1 ч на 90 км. Скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости другого. Найдите скорость каждого поезда (рис. 58, *а, б)*.

Выполнение чертежей помогает понять решения задач.

Текстовые задачи на движение в одном направлении включены в некоторые программы и учебники (Л.Г.Петерсон, И.И.Аргинская и др.). Следует отметить, что решение задач такого типа у многих учащихся вызывает затруднения. Для понимания сути задач и осознанного выбора действий необходимо проводить большую подготовительную работу, которая заключается в выполнении учащимися системы заданий. В процессе этой работы у них должны быть сформированы понятия об отношениях между величинами, которые они будут использовать при решении задач на движение в одном направлении. С этой целью предлагаются задания на установление

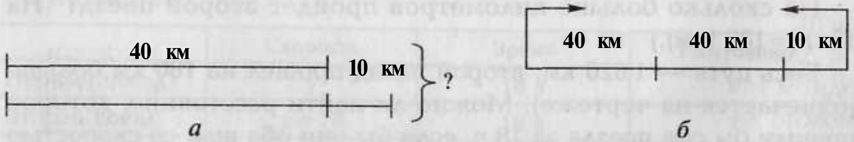


Рис. 57

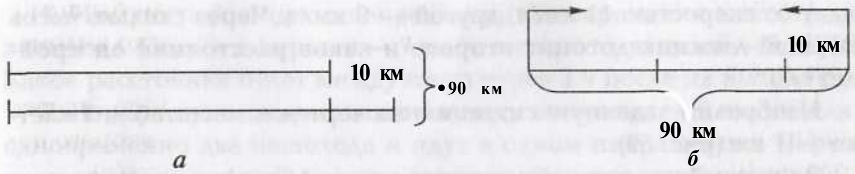


Рис. 58

соответствия между текстом задачи, вспомогательной и решающей моделями. Приведем в качестве примера некоторые задания.

Задание 1.

1. Два пешехода вышли одновременно из одного пункта и идут в одном направлении. Скорость первого — 6 км/ч, а второго — 4 км/ч. На сколько километров первый пешеход обгонит второго за 1 ч?

2. Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода и встретились через 1 ч. Первый пешеход шел со скоростью 6 км/ч, а второй — со скоростью 4 км/ч. Какое расстояние было между пунктами?

Выполните чертеж к каждой из задач и объясните, какому чертежу соответствуют выражения: 6-4; 6 + 4, выберите верное решение для каждой из задач.

Задание 2.

Из двух пунктов, расстояние между которыми 2 км, вышли одновременно два пешехода и пошли в одном направлении. Скорость первого — 6 км/ч, второго — 4 км/ч. Покажите на чертеже, где будут находиться пешеходы через 1ч? Постройте чертеж в масштабе: в 1 см 1 км.

Выполнение подобных заданий способствует формированию умения выполнять простейшие чертежи (модели), анализировать текст простых задач и устанавливать отношения между величинами. Умение указывать местонахождение объектов способствует лучшему пониманию и представлению задачной ситуации. Выполнение чертежа и практических действий (откладывание на чертеже определенного количества клеток или сантиметров) служит опорой для осознанного выбора действий, посредством которых решаются задачи.

Для первоначального ознакомления с задачей на движение в одном направлении целесообразно предлагать задачи, которые можно легко проиллюстрировать. Например, можно начать с решения следующей задачи: «Из двух пунктов, расстояние между которыми 6 км, вышли в одном направлении два лыжника. Один идет со скоростью 11 км/ч, другой — 9 км/ч. Через сколько часов первый лыжник догонит второго и какое расстояние он пройдет?»

Изобразим заданную ситуацию на чертеже, масштаб: в 1 клетке — 1 км (рис. 59).

За первый час первый лыжник прошел 11 км (отмечаем на чертеже 11 клеток), второй — 9 км (отмечаем на чертеже 9 клеток). За второй час первый лыжник прошел 11 км, второй — 9 км (отмечаем на чертеже). И за третий час первый лыжник прошел 11 км, второй — 9 км (отмечаем на чертеже). По чертежу видно, что оба лыжника оказались рядом, т. е. первый лыжник догнал второго за 3ч.

Итак, чтобы догнать второго лыжника, первому необходимо преодолеть 6 км. За каждый час расстояние между ними сокращается на 2 км (11 - 9 = 2). Поэтому ему потребуется столько времени, сколько раз в 6 км укладывается по 2 км, т. е. чтобы найти время, за которое первый лыжник догонит второго, нужно 6 разделить на 2, получим 3. Записываем: 6:2=3 (ч). Зная, что скорость лыжника — 11 км/ч, а время его движения — 3 ч, находим пройденное им расстояние: 11·3 = 33 (км).

Затем записываем решение задачи:

1) 11-9 = 2 (км/ч);
2) 6:2 = 3(ч);
3) 11·3=33 (км).

Использование чертежа и выполнение практических действий (откладывание на чертеже определенного количества клеток) помогает осознать суть задачной ситуации и служит опорой для осознанного выбора действий, посредством которых решается задача.

Лучшему осознанию решения подобных задач способствует решение пар взаимообратных задач. Поясним сказанное на примере решения пары задач:

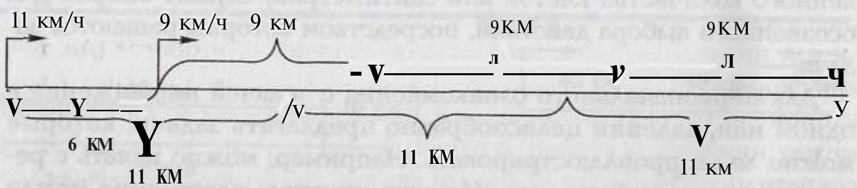


Рис. 59

1. Из пункта А в одном направлении одновременно вышли два пешехода. Скорость первого — 7 км/ч, а скорость второго — 5 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч после их выхода?

2. Из двух пунктов, расстояние между которыми — 6 км, вышли одновременно два пешехода и идут в одном направлении. Через сколько часов первый догонит второго, если скорость первого — 7 км/ч, а скорость второго — 5 км/ч?

В процессе анализа первой задачи обращают внимание учащихся на то, что известны скорости и время движения каждого пешехода. Поэтому можно найти расстояние, пройденное каждым из них:

7·3 = 21 (км) — прошел первый пешеход, 5·3=15 (км) — прошел второй пешеход. Затем можно найти ответ на основной вопрос задачи: 21 - 15=6 (км).

Выполнение чертежа (масштаб: в 1 клетке — 1 км) для данной задачи позволяет учащимся лучше осознать задачную ситуацию и решение задачи. Отметив на чертеже расстояния, пройденные каждым пешеходом, они могут убедиться, что первый прошел на 6 км больше, чем второй.

При поиске второго способа решения задачи целесообразно отметить на чертеже расстояние, пройденное каждым за 1 ч, и обратить внимание учащихся на то, что за каждый час расстояние между пешеходами увеличивается на 2 км, через 3 ч расстояние между ними будет равно 6 км.

Решение задачи следующее: (7-5) • 3=6 (км).

Для того чтобы учащиеся лучше поняли задачную ситуацию второй задачи и ход рассуждений при поиске ее решения, полезно сравнить эти задачи и установить, чем они похожи и чем отличаются, и можно ли, не решая задачу, предположить, какое число получится в ответе задачи.

Поиск решения второй задачи и осознание учащимися выбора действий, посредством которых решается задача, облегчает выполнение чертежа второй задачи под чертежом первой, если предположить, что пешеходы отправляются в обратный путь.

В процессе поиска решения задачи могут быть примерно такие рассуждения: «Пешеходы возвращаются обратно. Расстояние между ними — 6 км. Догонит ли первый пешеход второго? (Да, так как скорость у него больше.) За 1 ч первый пешеход прошел 7 км, второй — 5 км (отмечаем на чертеже). Каким стало расстояние между ними? По чертежу устанавливаем — 4 км. На сколько оно сократилось? На 2 км: 7-5 = 2. Рассуждая аналогично и отмечая на чертеже расстояние, пройденное пешеходами за второй, затем и за третий час, учащиеся убеждаются, что первый пешеход догонит второго за 3 ч.

Затем составляется план и записывается решение задачи: «Сначала находим скорость сближения пешеходов, затем время, за которое первый пешеход догонит второго: 1) 7-5=2 (км/ч); 2) 6:2=3 (ч)».

Сравнивая пары задач, их чертежи и решения, учащиеся осознают выбор действий и правильно его обосновывают.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Текстовые задачи выступают как средство обучения, воспитания и умственного развития школьников и связаны с реализацией функций: а) обучающих; б) развивающих; в) воспитательных; г) контролирующих; д] отработки вычислительных навыков.

   Укажите неверный ответ.

2. Укажите текст, который является текстовой задачей.

   А. На одну ветку сели 4 воробья, а на вторую — 3. Всего на двух ветках сидит 7 воробьев.

   Б. Оля купила 3 тетради в клетку и 3 в линейку. Сколько тетрадей купила девочка?

   В. 2 кольца, 2 конца, в середине гвоздик. Что это?

   Г. Девочка шла по дороге и думала: «Сколько же грибов я найду в лесу?»

   Д. Двое с сошкой, а семеро с ложкой.

   Укажите номер верного ответа.

3. Какая из нижеследующих задач является составной?

   А. Оля нашла 3 белых гриба и 4 подберезовика. Надя нашла 5 белых грибов. На сколько больше белых грибов нашла Надя?

   Б. Оля нашла 3 белых гриба и 4 моховика. Надя нашла 5 белых грибов. Сколько всего белых грибов нашли девочки?

   В. Оля нашла 3 белых гриба, а Надя — 5 подберезовиков. Сколько всего грибов нашли девочки?

   Г. Оля нашла 5 белых грибов, а Надя — на 2 меньше. Сколько всего белых грибов нашли девочки?

   Д. Оля нашла 5 белых грибов и подарила их маме. Сколько грибов нашла Оля?

4. Основой формирования действия деления служит теоретико-множественный подход к трактовке частного, суть которого сводится к разбиению конечных множеств на равночисленные подмножества, не имеющие общих элементов, и связана с решением приведенных ниже задач.

   А. Разложите 8 яблок на 2 тарелки. Сколько яблок на каждой тарелке?

   Б. Разложите 8 яблок по 2 яблока на тарелку. На скольких тарелках лежат яблоки?

   В. В верхнем ряду — 8 красных флажков, а в нижний ряд нужно положить в 2 раза меньше. Сколько флажков в нижнем ряду?

   Г. На одной тарелке — 8 яблок, на другой — 4. Во сколько раз больше [меньше) предметов в одном множестве, чем в другом?

   Д. На одной ветке сидели 8 птиц, а на другой — 4. На сколько меньше птиц сидело на второй ветке, чем на первой?

   Укажите ситуацию, которая не может быть использована при формировании понятия о действии деления.

5. Определите тип задачи: «На тарелке лежало 3 яблока и несколько груш. Сколько груш лежало на тарелке, если всего было 5 плодов?». Это задача: а) на разностное сравнение; б) на кратное сравнение; в) на нахождение неизвестного слагаемого; г) на нахождение суммы; д) на нахождение остатка.

   Укажите правильный ответ.

6. Дана пара задач: 1) «В первой коробке — 6 карандашей, а во второй — на 2 больше. Сколько карандашей во второй коробке?»; 2) «В первой коробке — В карандашей, а во второй — в 2 раза больше. Сколько карандашей во второй коробке?».

   Какие методические приемы из предложенных ниже наиболее эффективны при решении этой пары задач: а) сравнение задач и их решений; б) поиск разных способов решения; в) изменение вопроса задачи с определенной целью; г) объяснение выражений, составленных по данному условию задачи; д) постановка вопросов к данному условию?

7. Учащиеся решили приведенными ниже способами следующую задачу: «Рабочему было поручено изготовить за 10 часов 30 одинаковых деталей. Но рабочий, экономя время, успевал делать деталь за 15 мин. Сколько деталей сверх задания сделал рабочий за счет сэкономленного времени?».

   А. 1)600:30=20; 2) 20-15=5; 3) 5-30=150; 4) 150:15=10.

   Б. 1)600:15=40:2)40-30=10.

   В. 30-10:15-10=10.

   Г. 1) 15-30=450; 2) 600-450=150; 3) 150:15=10.

   Укажите неверное решение.

8. Учащиеся приведенными ниже способами решили задачу: «Спортсмен метнул копье в 5 раз, или на 40 м, дальше, чем толкнул ядро. Сколько метров пролетело копье?».

   А. 40:5+40=48.

   Б. (40-5)+40=75.

   В. 40:[5-1)+40=50.

Г. 40-5=80.

д. 40-5+40=240.

Укажите верное решение.

9 Учащийся решил приведенными ниже способами следующую задачу: «В одной бочке было 14 ведер воды, во второй — 10. На поливку израсходовали 16 ведер воды. Сколько ведер воды осталось в бочках?».

А. (14+10)-16=8.

Б. 10-(16-14]=8.

В. 14-[16-10)=8.

Г. 16:2=8.

Д. x+16=14+10, x=8.

Укажите верное решение.

10. В процессе выполнения самостоятельной работы учащийся разными способами решал задачу: «Из двух пунктов, расстояние между которыми 6 км, вышли одновременно в одном направлении два пешехода. Через сколько часов первый пешеход догонит второго, если скорость первого — 7 км/ч, а второго — 5 км/ч?». Он записал следующие способы: а) 6:(7-5)=х; б) х: 5=(х+6):7; в] х — время движения, х-7-х-5=6; г)(7-5)х=6.

При проверке учитель установил, что одно уравнение составлено неверно. Укажите неверное решение.

Продвинутый уровень компетенции

1. Назовите функции текстовых задач в обучении математике.
2. Какие существуют задачи по количеству действий?
3. Назовите этапы работы над задачей.
4. Назовите способы проверки решения задач.
5. Как можно осуществлять поиск пути решения задачи?
6. Назовите формы записи решения задач.
7. Как можно выполнить иллюстрацию текстовой задачи?
8. Назовите, какими методами решения задач могут овладеть учащиеся.
9. Определите, какой из приведенных ниже текстов является задачей.

   А. На одной ветке сидели 2 воробья, а на другой — 4. Сколько всего воробьев сидело на ветках?

   Б. На одной ветке сидели 2 воробья, а на другой — 4. Всего сидело 6 воробьев.
10. Назовите основные приемы обучения решению текстовых задач.
11. Назовите типы простых задач, решаемых действием сложения.
12. Определите тип приведенных ниже задач и предложите наглядную интерпретацию.

А. На тарелке лежало 4 красных яблока и 2 желтых. Сколько яблок лежало на тарелке?

Б. На тарелке лежало 4 красных яблока, а желтых на 2 больше, чем красных. Сколько яблок лежало на тарелке?

В. На тарелке лежало 4 красных яблока, это на 2 меньше, чем желтых. Сколько желтых яблок лежало на тарелке?

13. Определите тип приведенных ниже задач.

   А. В гараже было 5 машин, 3 машины уехали. Сколько машин осталось в гараже?

   Б. В гараже стояло 5 легковых и 3 грузовых машины. Каких машин больше и на сколько?

   В. В гараже стояло 5 легковых машин, а грузовых на 3 меньше. Сколько грузовых машин стояло в гараже?
14. Назовите типы простых задач, решаемых действием вычитания.
15. Приведите 6 типов задач по данному решению: 10:2=5.
16. Назовите типы нижеследующих задач и определите, с какой целью предлагается решение пар задач.

   А. В парке посадили 8 сосен, а берез — в 2 раза больше. Сколько берез было посажено в парке?

   Б. В парке посадили 8 сосен, а берез — на 2 больше. Сколько берез посадили в парке?
17. С какой дидактической целью предлагается приведенная ниже пара задач? Определите типы задач.

   А. У Веры было 3 тетради в линейку и 4 в клетку. Сколько всего тетрадей было у Веры?

   Б. У Веры было 7 тетрадей. 5 тетрадей она отдала подругам. Сколько тетрадей осталось у Веры?
18. Какие приемы можно использовать для первоначального знакомства с составной задачей? Какому из них вы отдадите предпочтение в практике работы? Обоснуйте свой ответ.
19. Определите вид приведенной ниже задачи и проведите дополнительную работу на заключительном этапе, используя различные методические приемы (изменение вопроса, изменение данных в условии задачи].

   В саду 9 кустов красной смородины, а черной — на 2 больше. Сколько кустов черной смородины в саду?
20. На примере приведенной ниже задачи конкретизируйте возможность использования следующих методических приемов обучения: а) решение задачи разными способами; б) изменение элементов задачи, условия задачи, одного из данных.

   В одной бочке 40 ведер воды, а в другой — 25 ведер. На поливку израсходовано 20 ведер. Сколько ведер воды осталось в двух бочках?
21. С какой целью учитель предлагает следующую пару задач?

В саду росло 8 кустов смородины, это на 2 куста меньше, чем крыжовника. Сколько кустов крыжовника росло в саду?
В саду росло 8 кустов смородины, а крыжовника — на 2 куста меньше. Сколько кустов крыжовника росло в саду?

22. Приведите примеры задач, раскрывающих связи между компонентами и результатом арифметических действий.
23. Дано условие задачи: «Бригада укладчиков должна была уложить 100 км железной дороги за месяц. За первую декаду (10 дней) бригада уложила 30 км пути, за вторую — 40 км». К условию даны выражения: 100-30; 30+40; 40-30; 30:10; 40:10; 100-(30+40). Объясните, что обозначает каждое выражение для данной задачи. С какой целью предлагаются такие задания учащимся начальных классов?
24. Текстовые задачи используются для объяснения свойств арифметических действий. Приведите примеры задач, решение которых связано со свойством умножения суммы на число и числа на сумму. Сколько способов решения имеют такие задачи?
25. Решите различными арифметическими способами (четыре способа) задачу: «Рабочему было поручено изготовить за 10 ч 30 деталей. Но рабочий, экономя время, успевал делать одну деталь за 15 мин. Сколько деталей сверх задания сделал рабочий за счет сэкономленного времени?». Назовите приемы, которые можно использовать для организации работы учащихся по решению задачи разными способами, если учащиеся предложили только один способ решения.
26. Решите арифметическим способом задачу: «В 4 одинаковые канистры помещается 80 л бензина. Сколько потребуется таких канистр, чтобы взять 100 л бензина?». Укажите, какие величины и какая зависимость между ними рассматриваются в данной задаче. Преобразуйте условие задачи так, чтобы задачу можно было решить разными способами.
27. Дана задача: «Велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч и был в пути 2 ч. Сколько времени потребуется пешеходу, чтобы пройти это расстояние со скоростью 4 км/ч?». Какая зависимость существует между величинами, входящими в задачу? Выполните наглядную интерпретацию задачи в виде таблицы. Какой способ проверки ее решения целесообразно использовать?
28. Назовите особенности методики обучения решению задач, связанных с движением тел.
29. Дана задача: «Две команды лыжников шли навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Первая команда прошла до встречи 40 км за 4 ч, а вторая команда прошла 20 км. Сколько времени в пути была вторая команда?». Какая зависимость существует между величинами, входящими в задачу? Выполните наглядную интерпретацию задачи (таблица, чертеж) и решите задачу тремя арифметическими способами.

30. Решите двумя арифметическими способами задачу: «Из пункта А в одном направлении вышли одновременно два пешехода. Скорость первого — 7 км/ч, а скорость второго — 5 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч после выхода?». Укажите, какие связи и зависимости в ней рассматриваются.
31. Решите алгебраическим и арифметическим способами задачу: «Из двух пунктов, расстояние между которыми 6 км, вышли одновременно два пешехода и идут в одном направлении. Через сколько часов первый догонит второго, если первый идет со скоростью 7 км/ч, а второй — 5 км/ч?».
32. Решите алгебраическим и арифметическим способами задачу: «Из пункта А вышли два пешехода и пошли в противоположных направлениях. Через два часа расстояние между ними было 18 км. Найдите скорость второго пешехода, если первый шел со скоростью 5 км/ч». Какая наглядная интерпретация целесообразна для данного типа задач?
33. Дана задача: «С одной гряды собрали 4 мешка картофеля, а с другой — 6 таких же мешков. Найдите массу картофеля, собранного с каждой гряды, если со второй гряды собрали на 100 кг больше, чем с первой». К какому виду она относится? Решите ее и выполните проверку решения способом установления соответствия между числами, полученными в результате решения, и данными в условии задачи.
34. Определите тип задачи и решите арифметическим способом: «В один день в ателье сшили 19 курток, в другой — 17 таких же курток. Всего на куртки пошло 72 м ткани. Сколько метров ткани израсходовали в первый и второй день, если расход ткани на каждую куртку был одинаков?». Выполните проверку решения. Какому способу проверки рекомендуется отдавать предпочтение?

Высокий уровень компетенции

1. Найдите в журнале «Начальная школа» статьи, посвященные методике обучения решению задач, и выпишите приемы, способствующие формированию умения проводить поиск решения задачи. Какие приемы, на ваш взгляд, наиболее эффективны? Обратите внимание на последовательность ознакомления учащихся со способами разбора задачи и на использование наглядной интерпретации при обучении учащихся решению задач, а также на способы разбора задач с точки зрения доступности для учащихся и целесообразности их выбора. Согласны ли вы с мнениями авторов?
2. Выполните краткую запись каждой из приведенных ниже задач, решите их и запишите решения. Проведите разбор (поиск пути решения) каждой задачи. Какому способу разбора вы отдадите предпочтение? Какие трудности могут возникнуть у учащихся при решении данных задач?

А. С одной гряды собрали 4 мешка картофеля, с другой — 6 таких же мешков. Найдите массу картофеля, собранного с каждой гряды, если со второй гряды было собрано на 100 кг больше, чем с первой.

Б. В первой коробке было в 3 раза больше карандашей, чем во второй. Когда во вторую коробку положили 16 карандашей, то в обеих коробках их стало поровну. Сколько карандашей было в каждой коробке?

В. За 6 м ткани уплатили 480 руб. Сколько метров ткани можно купить на 960 руб.?

3. Учащиеся предложили приведенные ниже способы решения задачи: «Нужно покрасить 150 рам. Один маляр может это сделать за 10 дней, а другой — за 15 дней. За сколько дней выполнят эту работу оба маляра, если будут работать вместе?».

1-й способ:	2-й способ:	
1] 10+15=25;	1] 150:10=15;	3) 10+15=25;
2) 150:25=6 (дн.).	2) 150:15=10;	4) 150:25=6 (дн.).

Можно ли считать оба способа правильными? Если да, то приведите рассуждения учащихся. Если нет, то подумайте, как объяснить учащимся, что одно из решений неверное. Какую наглядную интерпретацию задачи целесообразно использовать при поиске ее решения?

4. Решите арифметическим, алгебраическим, графическим и табличным способами задачу: «Спортсмен метнул копье в 5 раз, или на 40 м, дальше, чем толкнул ядро. Сколько метров пролетело копье и сколько ядро?». Какой способ доступнее учащимся? Почему? (Обоснуйте ответ.) Какую ошибку могут допустить учащиеся при решении подобных задач? Как предупредить ошибку?

5. Найдите четыре арифметических способа решения задачи: «В зале 8 рядов стульев по 12 стульев в каждом ряду. В зал пришли учащиеся двух классов, по 42 учащихся в каждом. Хватит ли стульев для всех учащихся? Если останутся незанятые стулья, то сколько?»

6. Учащимся было предложено различными способами решить задачу: «От пристани в противоположных направлениях отошли два теплохода. Через 4 ч они находились друг от друга на расстоянии 224 км. Один из них шел со скоростью 30 км в час. С какой скоростью шел другой теплоход?».

Один учащийся выполнил задание так:

1-й способ: 1) 224:4=56 [км/ч); 2) 56-30=26 (км/ч).

2-й способ: (224-30-4):4=26 (км/ч).

Другой учащийся выполнил задание следующим образом:

1-й способ: 1) 30-4=120 (км); 2) 224-120=104 (км); 3) 104:4= =26 (км/ч).

2-й способ: (224-30-4):4=26 (км/ч).

Какой из учащихся выполнил задание верно? Обоснуйте ответ.

7. Решите приведенные ниже задачи, постройте модель поиска решения и продемонстрируйте необходимость того или иного способа проверки решения.

А. В одном куске — 5м ткани, в другом — 7м такой же ткани. Сколько стоит каждый кусок, если за оба заплатили 360 руб.?

Какому способу проверки вы отдадите предпочтение? Обоснуйте ответ.

Б. Поезд шел со скоростью 70 км/ч. До первой остановки он был в пути 3 ч, а от первой до второй — 2 ч. Какое расстояние поезд прошел за это время?

Какой способ проверки целесообразен? Почему нецелесообразна прикидка ответа? Обоснуйте ответ.

8. Дана задача: «Магазин продал за день 12 банок малинового варенья и 20 банок вишневого, причем малинового варенья было продано на 16 кг меньше, чем вишневого. Сколько килограммов варенья каждого сорта было продано за день?». Учащийся решил задачу следующим образом:

1) 20-12=8 (б.); 2) 16:8=2 (кг); 3) 2-12=24 (кг); 4) 24+16=40 (кг). Затем он выполнил проверку так: 40-16=24 (кг). Целесообразна ли такая проверка? Можно ли ее считать обоснованной? Выполните проверку данного решения способом установления соответствия между числами, полученными в результате и данными в задаче.

9. Укажите предпочтительный способ проверки решения задачи: «Для детского сада купили 60 игрушек, причем на каждые 3 куклы приходилась одна машина. Сколько кукол и машин в отдельности было куплено?». Решите задачу арифметическим способом, выполните проверку полученного результата, используя табличный способ решения задачи, и приведите текст беседы, в процессе которой вы ознакомите учащихся с табличным способом решения задачи.

10. Решите арифметическим способом задачу: «В одном ящике было 6 кг помидоров, а в другом — на 2 кг больше. Сколько килограммов помидоров было во втором ящике?». Выполните проверку решения, используя графический способ решения задачи. Приведите рассуждения при выполнении проверки данным способом.

11. Выполните наглядную интерпретацию задачи: «От двух пристаней, находящихся на расстоянии 510 км, отплыли одновременно навстречу друг другу катер и моторная лодка. Встреча произошла через 15 ч. Катер шел со скоростью 15 км/ч. С какой скоростью шла моторная лодка?». Какому способу наглядной интерпретации вы отдадите предпочтение? Конкретизируйте следующие приемы работы над задачей: составление и решение обратной задачи; решение другим способом; подбор вопросов для уточнения связей и зависимости между величинами, входящими в задачу; изменение вопроса. Какой

из приемов целесообразно использовать в практике? Обоснуйте ответ.

12. Рассмотрите решение, предложенное учащимся для каждой из нижеследующих задач, воссоздайте ход мысли учащегося, проанализируйте каждый шаг выполненного решения и установите причину ошибки.

А. В столовой приготовили 100 порций обеда. Сначала обедали 34 ученика, потом 37. Сколько порций обеда осталось?

Решение: 1) 100-34=66 **[п.];** 2) 66-37=23 [п.); 3) 66+23==89 (п.].

Б. Во дворе играли 6 девочек, а мальчиков — на 2 больше. Сколько детей играли во дворе?

Решение: 6+2=8 [д.].

Для ликвидации и предупреждения допущенных ошибок выберите более целесообразные на ваш взгляд приемы из нижеследующих:

а] решить аналогичную задачу, в процессе беседы подвести учащегося к правильному решению;

б] вызвать учащегося к доске и попросить его объяснить решение данной задачи;

в] дать готовое решение и предложить учащемуся объяснить каждое выполняемое действие;

г] предложить пару задач, имеющих одни и те же данные, но разные вопросы, провести сравнение задач и их решений;

д] изменить вопрос так, чтобы задача решалась в одно действие;

е] попросить учащегося выбрать верное решение из предложенных учителем.

Какие еще приемы вы можете предложить для ликвидации или предупреждения ошибок?

13. Запишите кратко условие задачи: «Девочка купила 6 тетрадей в клетку и 4 в линейку. На сколько больше куплено тетрадей в клетку, чем в линейку?».

Какую подготовительную работу необходимо провести по ознакомлению с задачами такого типа? Проведите разбор задачи «от данных к вопросу» и «от вопроса к данным». Какому способу разбора задачи вы отдадите предпочтение? Опишите методику работы над задачей на этапе первоначального ознакомления. Какие приемы вы будете использовать на этапе закрепления умения решать задачи?

14. Решите арифметическим, алгебраическим и табличным способами задачу: «В поезде было 12 вагонов. На станции несколько вагонов отцепили и в поезде осталось 9 вагонов. Сколько вагонов отцепили?».

Приведите тексты бесед, с помощью которых вы будете направлять учащихся на выполнение соответствующей работы.

15. Опишите методику работы над задачами с использованием приема сравнения задач и их решений.

А. В парке росло 10 сосен, это на 2 больше, чем лип. Сколько лип росло в парке?

Б. В парке росло 10 сосен, а лип — на 2 больше. Сколько лип росло в парке?

16. С какой целью предлагаются приведенные ниже задачи?

А. Девочка нашла 5 белых грибов и 3 подберезовика, а мальчик нашел 3 белых гриба. Сколько белых грибов нашли дети?

Б. Оля купила карандаш за 2 руб., тетрадь — за 13 руб. и ручку. За всю покупку она заплатила 50 руб. Сколько стоила ручка?

Какие задания можно предложить с такой же целью?

17. Рассмотрите различные варианты работы над задачей: «Ручка стоит 14 руб., она дороже карандаша на 6 руб. Сколько стоит карандаш?».

А. В процессе беседы устанавливается, что карандаш дешевле ручки (задача переводится в прямую форму), поэтому в ответе получается число, меньшее, чем 14. Выбирается действие и записывается решение.

Б. После прочтения задачи учитель записывает два решения: 14+6=20; 14-6=8. Учитель предлагает учащимся выбрать верное решение.

Какому варианту работы над задачей вы отдадите предпочтение? Приведите тексты бесед, с помощью которых можно объяснить решение задачи учащимся.

18. Подготовьте фрагменты уроков, на которых вводятся новые для учащихся типы задач: а] на нахождение чисел по двум разностям; б) на нахождение четвертого пропорционального.

19. Рассмотрите вариант работы над приведенными ниже задачами.

А. Учащиеся одного класса собрали 50 кг лекарственных трав, а другого — в 2 раза больше. Сколько килограммов лекарственных трав собрали учащиеся двух классов?

Б. Учащиеся одного класса собрали 50 кг лекарственных трав, а другого — в 2 раза меньше. Сколько килограммов лекарственных трав собрали оба класса?

Вариант 1. Под руководством учителя учащиеся записали кратко условие задачи, разбор проводился от данных к вопросу. Коллективно составили план решения задачи. Другая задача была задана на дом.

Вариант 2. Учитель предложил прочитать и сравнить задачи и, не решая их, установить, в ответе какой задачи получится большее число. Первую задачу учащиеся решали самостоятельно, а вторая задача была задана на дом.

Вариант 3. Учитель предложил учащимся прочитать и сравнить обе задачи. Затем записал решения этих задач (50-2+50=150; 50:2+50=75) на доске и дал задание: выбрать решение для каждой задачи и пояснить каждое выполняемое действие. На дом были даны аналогичные задачи.

Какой из вариантов вы хотели бы использовать на практике? Почему? Как еще можно организовать работу учащихся над задачами?

20. Выполните наглядную интерпретацию и решите приведенные ниже задачи.

А. Столяр и его ученик ремонтировали стулья. Ученик работал 6 дней, ремонтируя по 10 стульев в день. Мастер выполнил такую же работу за 3 дня. По сколько стульев в день ремонтировал столяр?

Б. Из куска ситца можно сшить 32 детских платья или 16 платьев для взрослых. На каждое детское платье идет 2 м ситца. Сколько метров ситца идет на каждое платье для взрослых?

Укажите, какая зависимость существует между величинами, входящими в задачу. Какую подготовительную работу рекомендуется проводить перед ознакомлением с задачами такого типа?

21. Решите задачу: «Каменщик укладывает 400 кирпичей за 8 ч, а монтажник краном укладывает 1 блок, заменяющий 800 кирпичей, за 16 мин. Во сколько раз меньше времени потребуется монтажнику, чтобы уложить блоки, заменяющие 4 000 кирпичей?». Опишите методику работы над задачей на каждом из этапов обучения решению задач. Какому способу разбора вы отдадите предпочтение? Какие приемы будете использовать при решении задачи различными способами?

22. Выпишите из учебника математики задания для подготовки к ознакомлению с задачами на движение в противоположных направлениях и на движение в одном направлении.

23. Решите задачу: «Скорость одного пешехода 50 м/мин, а другого — 4 км/ч. Какому пешеходу потребуется больше времени на прохождение 12 км и на сколько?».

Какие трудности могут возникнуть у учащихся при решении данной задачи? Какая подготовительная работа необходима для предупреждения затруднений? Приведите рассуждения учащегося при решении данной задачи.

24. Предлагается задача: «Коля пробежал дистанцию 20 м за 12 с, а Боря — за 10 с. Кто из них бежал с большей скоростью? С какой целью она предлагается? Можно ли, не выполняя вычисления, ответить на вопрос задачи?». Приведите рассуждения учащегося при решении данной задачи. Какие задания можно предложить с такой же целью?

25. Выполните наглядную интерпретацию задачи: «Расстояние между пунктами 150 км. Один велосипедист может проехать это расстояние за 10 ч, а другой — за 15 ч. Через сколько времени они могут встретиться, если выедут одновременно навстречу друг другу?». Какая наглядная интерпретация задачи помогает учащимся осознать суть задачи и найти путь ее решения?

26. Решите различными способами задачу: «Из двух пунктов, расстояние между которыми 6 км, вышли в одном направлении два лыжника. Один из них шел со скоростью 11 км/ч, другой — 8 км/ч. Через сколько часов первый лыжник догонит второго и какое расстояние он пройдет?». Составьте текст беседы, в процессе которой вы будете подводить учащихся к правильному решению. Какой наглядной интерпретации вы отдадите предпочтение? Какие задания необходимо предлагать учащимся в период подготовки к решению подобных задач?

27. Решите различными способами [арифметическими и алгебраическими} задачу: «Из двух городов вышли одновременно два поезда и встретились через 18 ч. Определите скорость каждого, если расстояние между городами 1 620 км, а скорость первого поезда больше скорости второго на 10 км/ч». Рассмотрите арифметические способы решения и возможные затруднения учителя и учащихся. Какую подготовительную работу необходимо провести для предупреждения этих затруднений?

28. Решите различными способами задачу: «Скорость машины — 60 км/ч, скорость велосипедиста — в 5 раз меньше. Велосипедист проехал от своего села до железнодорожной станции за 2 ч. За какое время может проехать машина это расстояние?». Оцените каждый из способов с точки зрения доступности решения учащимся начальных классов. С какой дидактической целью предлагается данная задача? Составьте вопросы, с помощью которых можно подвести учащихся к нужному решению в соответствии с поставленной целью.

29. Учащийся записал тремя приведенными ниже способами решение задачи: «В одной корзине лежало 24 кг яблок, а в другой лежали груши. Когда в корзину с грушами положили еще 8 кг груш, то их стало на 10 кг больше, чем яблок. Сколько килограммов груш было в корзине?»:

А. 1) 24 + 10 = 34 (кг); 2) 34 - 8 = 26 (кг).
Б. 1) 24 - 8 = 16 (кг); 2) 16 + 10 = 26 (кг).
В. 1) 10 - 8 = 2 (кг); 2) 24 + 2 = 26 (кг).

Оцените каждое решение задачи. Если решения верны, то приведите рассуждения учащегося. Если нет, то попробуйте убедить учащегося в том, что его решение неверное.

30. Дана задача: «Костя наловил рыбок трех видов: ершей, пескарей и окуней, а всего он поймал 14 рыбок. Ершей оказалось на 10 больше, чем пескарей. Сколько рыбок каждого вида поймал Костя?». Решите задачу, используя метод перебора. Продумайте возможные варианты решения с наименьшим числом проб и приведите рассуждение учащегося при их выполнении.

31. Используя известные вам приемы и методы, решите задачу: «Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр: 1, 3, 4, 5, если ни одна цифра не повторяется дважды? Сколько из них четных? Сколько нечетных?». Постройте граф. Доступно ли будет решение задачи с помощью графа учащимся начальных классов?

32. Дана задача: «Для туристского похода, совершаемого 46 школьниками, было подготовлено 10 шестиместных и четырехместных лодок. Сколько было тех и других лодок, если все туристы разместились в 10 лодках и свободных мест не осталось?». Решите задачу арифметическим и алгебраическим методами. Составьте примерную беседу, в процессе которой вы подведете учащихся к осознанному выбору действий при решении задачи.

33. Дана задача: «Стекольщик взялся нарезать 120 стекол для рам. За каждое стекло, нарезанное правильно, ему платили 38 руб., а за каждое испорченное с него удерживали 82 руб. По окончании работы

У Миши такая монета: 

У Коли 2 такие монеты: 

У кого из них больше монет?
У кого из них больше рублей?

У Лены  У Веры

Сколько всего кукол у Лены и у Веры вместе?

Рис. 60

ЗАДАЧА.

Условие задачи. 1. В коробке 6 карандашей, на столе ещё 2 карандаша.

Вопрос задачи. Сколько всего карандашей?

Решение задачи. 6 + 2 = 8

Ответ. Ответ: 8 к.

2. Составим другую задачу:
В коробке было 6 карандашей. Вынули 2 карандаша. Сколько карандашей осталось в коробке?

Прочитай условие задачи, потом её вопрос. Какое действие надо выполнить, чтобы решить задачу? Запиши решение и ответ.

3. Прочитай задачу и скажи, что в ней известно и что требуется узнать.
Слава сделал

Он отдал товарищу 2 кораблика. Сколько корабликов осталось у Славы?

4. Составь задачу, которая решается так:
5 + 2 = 7
Ответ: 7 птиц.

80

Рис. 61

стекольщик получил 3 360 руб. На сколько рам он нарезал стекла?». Решите задачу, используя аналитический способ разбора задачи. Какие трудности могут возникнуть у учащихся при поиске решения данного типа задач?

34. Проанализируйте методику, предлагаемую для подготовительного и основного периода ознакомления с решением текстовых задач в учебнике для 1 класса М.И.Моро, С.И.Волковой, С.В.Степановой [13] (рис. 60, 61).

Бабушка испекла 3 пирожка с капустой, остальные — с картошкой.

ОООООООО *шыш*

Составь по рисунку другие задачи и реши их.

$\boxed{5 + 3 = 8}$ $\boxed{5 - 3 = 2}$ $\boxed{8 - 5 = 3}$

51

Рис. 62

2. Придумай задачу.

1) 3+2=5(д)
2) 13-5=8(д)

Решение:

~~... 8~~ 13 - (3 + 2) = 8(д) 13 - 5 = 8
1) 3+2=5(д) 2) 13-5=8(д)

Рис. 63

35. Составьте фрагмент урока, включающего задания «на смекалку». Какие развивающие задачи можно реализовать на этом уроке?

36. Какие ошибки допустил учащийся при выполнении задания в рабочих тетрадях для 1 класса М.М.Безруких, М.И.Кузнецовой, Е.Э.Кочуровой [3] (рис. 62) и В. Н. Рудницкой [17] (рис. 63). В чем причина ошибок? Каковы приемы работы с учащимся?

3. В стаде 8 коров, 6 телят и быки. Быков — на 9 меньше, чем коров и телят вместе.
Сколько животных в стаде?

Решение:

1) 8 + 6 = 14
2) 14 - 9 = 5
3) 14 + 5 = 19

Ответ: 19

43

Рис. 64

7. Бабушка купила несколько клубков шерсти и думала, что на свитер ей хватит 6 клубков, а из остальных она свяжет шарф. Но на свитер ушло шерсти больше на 2 клубка, и у бабушки остался всего 1 клубок.
Сколько клубков шерсти купила бабушка?

Решение:

(6 + 2) + 1 = 9

Ответ: 9

37

Сои

Рис. 65

37. Приведите возможные рассуждения учащегося при решении задачи в рабочей тетради для 1 класса В. Н. Рудницкой [17] (рис. 64). Почему учитель добавил третье действие?

38. Приведите пример рассуждений учащегося при решении задачи в рабочей тетради для 1 класса В.Н.Рудницкой [17] (рис. 65).

МЕТОДИКА ОЗНАКОМЛЕНИЯ С ПОНЯТИЕМ ВЕЛИЧИНЫ

5.1. ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ О ВЕЛИЧИНЕ

Изучение величин является основой начального курса математики. В современных программах по математике для младших школьников представлены различные подходы к формированию данного понятия.

Это связано с тем, что трактовки величин носят неоднозначный характер. Многие математики (И.К.Андронов, В.М.Брадис, А. И. Маркушевич и др.) сходятся во мнении, что величина — одно из основных математических понятий, возникших как абстракция от числовых характеристик физических свойств, и является обобщением конкретных понятий: длины, площади, массы и т.п. Выбрав одну из величин данного рода за единицу измерения, можно выразить числом отношение любой другой величины того же рода к единице измерения, т. е. это некоторое свойство предметов, удовлетворяющее определенным условиям. Такое математическое понимание величины недоступно детям младшего школьного возраста. «Подлинное происхождение и сущность этих понятий, их взаимосвязь и взаимообусловленность остается вне сознания подавляющего большинства школьников и, к сожалению, многих учителей» (Л.М.Фридман).

Однако избежать рассмотрения этого понятия также не представляется возможным. Число можно рассматривать как отношение величины к избранной мере, поэтому число не является постоянной характеристикой, оно относительно к той единице, которая принимается за меру. Понятия «число» и «величина» взаимосвязаны, а на более высоких ступенях абстракции практически неразличимы. Величина, каждое значение которой может быть выражено одним действительным числом, называется скалярной.

В соответствии с государственными образовательными стандартами в программах обучения младших школьников («Школа России», «Гармония» и др.) рассматриваются такие величины, как длина, масса, объем, площадь, время.

Сложность определения понятия величины требует дидактически обоснованных условий для его формирования. Стремление определить более доступный для учащихся начальной школы учебный материал приводит к фрагментарному изучению данной темы. Отсюда и многочисленные ошибки, которые наблюдаются у детей при оперировании величинами.

Младшие школьники отождествляют понятия «величина» и «длина», не дифференцируют единицы измерения. На вопрос, о каких величинах идет речь в задаче, ошибочно отвечают, что о метрах, килограммах, о предметах счета. Прочитав задачу: «Купили 5 кг моркови и 4 кг капусты. Сколько всего килограммов овощей купили?», больше половины учащихся класса ответили, что в задаче идет речь о килограммах, и лишь немногие правильно считали, что о массе.

При решении задач геометрического содержания нередко можно услышать: «находим величину площади», а так как площадь — это величина, то использование данного выражение некорректно.

Большие трудности у учащихся младших классов вызывает выполнение сравнения чисел, полученных при измерении. Многие не видят равенство величин, выраженных разными мерами. Ошибочно считают, что 18 см не равно 1 дм 8 см. Некоторые, зная, что 1 м = 100 см , не могут правильно сравнить 5 м и 78 см, так как ориентируются только на запись натурального числа. Можно встретить и другие ошибки, когда дети опираются при сравнении только на одну единицу измерения. Например, неправильно ставят знак и получают, что 65 кг=65 кг 200 г. Причина этого не только в отсутствии внимания при выполнении задания. Беседа с учащимися, допустившими подобные ошибки, помогла установить, что они не понимают значения величины.

Наиболее сложным является выполнение преобразований чисел, полученных при измерении. При замене крупных мер мелкими неверно определяют количество меньших мер и пропускают (или добавляют, или ставят не на свое место) нуль. Например, ошибочно считают, что 8км75м=875м, 38 м 9 дм = 3 809дм, 35 м 8 см = 3580см. Учащиеся не могут понять целесообразность выбора единиц измерения различных величин, не знают, какие величины измеряются единицами, связанными с десятичной системой счисления.

При выполнении арифметических действий с числами, полученными при измерении величины, учащиеся часто допускают грубую ошибку и выполняют сложение или вычитание чисел, выраженных разными мерами. Например, можно встретить такие ошибки: 54 м - 30 см = 24 м, 3 кг 50 г + 4 кг = 3 кг 54 г, 83 дм 2 см - 3 см = 80 дм 2 см, 46 т + 2 ц = 48 т.

У школьников недостаточно практического опыта измерения величин, что и приводит к подобным ошибкам. Можно разъяснить младшим школьникам, что в метрической системе мер единицы измерения делятся на 10, 100, 1000 и так далее равных частей. За основную единицу длины в метрической системе мер принят метр, а за основную единицу массы — килограмм. Остальные (кратные) единицы измерения длины и массы получаются из основных единиц увеличением или уменьшением их в 10, 100, 1000 и так далее раз. Наименование этих единиц образуется с помощью приставок. При уменьшении единицы в 10 раз применяют приставку «деци», в 100 раз — «санти», в 1 000 раз — «милли». При увеличении единицы в 10 раз применяют приставку «дека», в 100 раз — «гекто», в 1000 раз — «кило». В большинстве практических расчетов такие единицы длины, как декаметр и гектометр, не используются, но при измерении площади находят свое отражение. Единицами измерения площади являются ар и гектар. Площадь квадрата, длина которого равна 10 м (декаметр^2), называется аром; площадь квадрата, длина которого равна 100 м (гектометр^2), — гектаром.

5.2. ОБУЧЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЮ ДЛИНЫ

Измерение длины основывается на сравнении длины предмета с условной меркой. Можно предложить учащимся практическую задачу: сколько полосок бумаги (равной длины) можно положить вдоль края стола. Ученики берут уже приготовленные полоски и кладут их по краю стола. Внимание обращается на то, что край первой полоски соприкасается с краем стола, край второй полоски — с другим краем первой полоски и т. д. Подсчитывается количество полосок. Далее измерение выполняется с помощью одной мерки-полоски передвижением ее вдоль измеряемой поверхности и фиксацией края простым карандашом. В процессе практической работы учащиеся устанавливают, что сравнивать результаты измерения можно только в случае, если расстояние измеряли одинаковыми мерками, а если мерки не равны, то чем больше мерка, тем меньшее количество таких мерок получится при измерении одного и того же расстояния.

Поскольку основной единицей длины является метр, нужно показать детям полоску из картона длиной 1 м, предложить измерить длину в метрах и научить записывать числа, полученные при измерении. Поскольку далеко не все в классной комнате можно измерить в метрах, следует рассказать, что есть и более мелкие единицы измерения, например дециметры. Продемонстрировать полоску длиной 1 дм, сравнить 1 м и 1 дм, провести словарную работу с новым термином и предложить практические задания, предполагающие измерение длины в дециметрах, и затем — в метрах и дециметрах. Выражение результатов измерения в различных единицах — объективно сложный учебный материал. На этом этапе можно предложить задания на преобразование чисел, полученных при измерении; измерение длины и запись результатов измерения сначала с помощью более крупных, а затем — мел:ких мер.

Аналогично проводится работа по ознакомлению с сантиметром, после этого обосновывается необходимость измерять длины отрезков меньше сантиметра и изучается новая единица длины — миллиметр. Учащимся раздают карточки, на которых начерчены два отрезка друг под другом: один — длиной 4 см, другой — 4 см 5 мм. Устанавливается длина короткого отрезка. Измерение длины другого отрезка делает очевидным использование более мелких мер — миллиметров.

Представление о километре формируется в процессе внеурочного мероприятия, на котором учащиеся проходят путь длиной 1 км, подсчитывают время, затраченное на прогулку.

При ознакомлении с понятием величины следует проводить как можно больше практических работ по измерению. При этом одно и то же расстояние нужно измерять разными единицами. После учащиеся знакомятся со сложением и вычитанием чисел, полученных при измерении длины отрезков.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Выполните наглядную интерпретацию задачи, приведите ее решение и укажите, какие величины и отношения между ними в ней рассматриваются. Дана задача: «Сад прямоугольной формы имеет площадь 400 м^2. Длина сада равна 80 м. Найдите длину изгороди сада».
2. Решите задачу: «Для дачных участков выделен участок земли площадью 56 га 40 а. Сколько получится участков, если площадь каждого будет 10 соток?». Назовите единицы площади и их соотношение.

Продвинутый уровень компетенции

1. Составьте рассказы для детей о часах (солнечные, водяные, песочные, огненные).
2. Опишите практическую работу по взвешиванию (определению массы] предметов. Какими знаниями и умениями должны овладеть учащиеся в результате выполнения этих работ?
3. Приведите примеры основных заданий из учебника математики, направленных на осознание понятия о величине как свойстве предметов, ознакомление с единицами величин и их соотношением, выполнение арифметических действий с числами, полученными при измерении. Приведите типичные ошибки учащихся и задания, направленные на их предупреждение.
4. Решите задачу: «Оля пошла на каток. Она вышла из дома в 15 часов, а вернулась в 7 часов вечера. Сколько часов она отсутствовала дома?» и продумайте, какие затруднения и ошибки могут появиться у школьников при решении такого типа задач. Какую подготовительную работу целесообразно провести для их предупреждения.

Высокий уровень компетенции

1. Разработайте фрагмент урока «Вычисление площади прямоугольника».
2. Составьте контрольную работу для учащихся по теме «Площадь».
3. Проанализируйте возможные ошибки учащихся при выполнении заданий по теме «Измерение длины», разработайте методические рекомендации по их устранению.
4. Учитель предложил детям выполнить действия над величинами, ученик выполнил это задание так: 3 ч 48 мин + 2 ч 56 мин = 6 ч 04 мин. Установите причину ошибки и подберите задания, направленные на предупреждение такого рода ошибок.

ГЛАВА 6

ИЗУЧЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

6.1. ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

При изучении обыкновенных дробей решают следующие задачи:

- сформировать понятие о долях как равных частях целого;
- научить сравнивать доли, т. е. показать, что, чем мельче доли, тем больше их количество в одном целом;
- показать зависимость доли от целого, т. е. если целые предметы не равны по величине, то и их вторые (третьи и др.) доли тоже не равны между собой;
- сформировать понятие об обыкновенной дроби, познакомить со определением числителя и знаменателя;
- научить находить одну и несколько долей от числа и число по его доле.

6.2. ПОДХОДЫ К ФОРМИРОВАНИЮ ПОНЯТИЯ О ДОЛЕ

Знакомство с долями начинается с выполнения предметно-практических действий, позволяющих заинтересовать учащихся. Школьники сначала под руководством учителя, а затем самостоятельно делят на равные части реальные предметы и модели геометрических фигур, получают из равных частей целое.

При объяснении нового материала необходимо обратить внимание на следующие важные моменты: реальный предмет или геометрическая фигура является одним целым, и это целое делится на равные части (доли).

В процессе деления предметов на любые равные части учащиеся узнают, что если разделить целое на две равные части, то получаются вторые доли и их в целом две, если на три равные части, то — третьи и их в целом три и т.д. Такая работа позволяет дать знания о том, что доли это равные части одного целого и их количество в целом соответствует их названию.

Чтобы активизировать деятельность школьников, можно задать им следующие вопросы:

- на сколько равных частей нужно разделить целое, чтобы получить вторые (третьи, четвертые и т. д.) доли;
- сколько вторых (третьих, четвертых и т. д.) долей в целом;
- почему вторые доли называются вторыми (третьи третьими) и т.д.;
- как называются доли, получаемые при делении целого на 3 (5; 8 и т. д.) равные части;
- как можно получить одну шестую долю?

Следует предложить выполнить задания по получению долей: разрезать полоски бумаги, наклеить доли в тетрадь, раскрасить доли заданной величины. При этом учащиеся должны проговаривать, на сколько равных частей делят целое и какие доли получают.

Кроме этого даются задания: получить вторую, третью и другие доли на модели геометрической фигуры; показать вторые, третьи и другие доли; отобрать из множества долей вторые, третьи и другие доли; определить, какие доли изображены; разложить доли одинаковых целых по размеру — от меньшей доли к большей. Уже на этом этапе обращают внимние на то, что по названию долей можно судить об их размере. Самые крупные — вторые доли, и их в целом всего две. Третьи доли по сравнению со вторыми мельче и их в целом больше. Чем мельче доли, тем больше их количество в целом.

Для закрепления знаний о долях предлагаются практические задания:

- покажите половину данной доски;
- налейте четверть стакана воды;
- возьмите треть ложки соли;
- определите, сколько останется от свечи, если за ночь сгорит половина свечи;
- пассажир проехал половину пути, сколько ему осталось проехать;

- какую часть круга пройдет стрелка за 15 мин;
- яблоко разрезали на 6 равных частей и поделили ломтиками поровну между шестью девочками. Какая часть яблока достанется каждой девочке?

6.3. ОЗНАКОМЛЕНИЕ С ОБРАЗОВАНИЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Дробь рассматривается как число, составленное из целого числа долей единицы, и изображается с помощью двух целых чисел и горизонтальной черты между ними. Под чертой пишется число, показывающее, на сколько равных долей разделена единица, — это знаменатель. Над чертой пишется число, показывающее, сколько таких долей содержится в дроби, — это числитель.

Знания об этом даются учащимся в процессе предметно-практической деятельности. Они узнают о том, что для получения дроби нужно разделить единицу (один реальный предмет или геометрическую фигуру) на равные части (доли) и взять одну или несколько таких долей. Постепенно, в процессе получения дробей, школьники запоминают правило: над чертой пишется число, показывающее, сколько взяли долей, — это числитель, а под чертой нужно писать то число, на которое делим целое (геометрическую фигуру), т.е. показывающее, на сколько долей разделено целое, — это знаменатель.

Н. А. Менчинская указывала на то, что операции с дробями требуют наибольшей гибкости мыслительных процессов, поскольку при изучении дробей вступают в силу новые правила, существенно отличные от тех, которые действуют в области целых чисел. Для учащихся оказывается совершенно новым тот факт, что равные дроби можно представить различными парами чисел. Ведь при изучении целых чисел они прочно усвоили, что каждому числу соответствует единственная, строго определенная запись. Все это противоречит прошлому опыту, а потому и усваивается с трудом.

Приведем задания для закрепления умения обозначать дробью части целого.

- На сколько равных частей разделена каждая фигура (рис. 66)? Что показывает закрашенная часть каждой фигуры (целого)?
- Запишите в виде дроби заштрихованную часть фигуры (рис.67).

Рис. 66

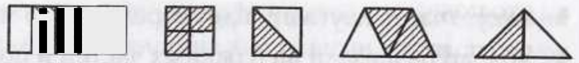


Рис. 67

Рис.68

Рис. 69

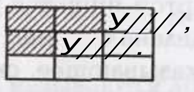


Рис.70

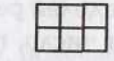


Рис.71

Рис. 72

- Укажите на рис. 68 дробь $\frac{3}{4}$.
- Раскрасьте $\frac{1}{\sim}$ долю фигур на рис. 69
- Выберите и обведите из записанных дробей ту, которая показывает, какую часть фигуры (целого) на рис. 70 заштриховали $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{7}$.
- Закрасьте на рис. 71 часть целого, которая соответствует дроби $\frac{5}{6}$
- Закрасьте на рис. 72 , если это возможно, дроби: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}$.
- Начертите квадрат и выделите в нем дробь $\frac{\ }{4}$.
- Изобразите всю фигуру, если квадрат со стороной 2 см это $\frac{1}{2}$ фигуры.
- Постройте отрезок длиной 6 см. Покажите $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{6}$ отрезка

Обязательно необходимо закрепить полученные знания с помощью следующих заданий:

- запишите в виде дроби число: три шестых; семь десятых; одна двадцать пятая;
- прочитайте дроби: $\frac{7}{6}$; $\frac{\ }{5}$; $\frac{16}{6}$. Назовите числители и знаменатели этих дробей;

- что показывает числитель дроби;
- что показывает знаменатель дроби;
- как получается дробь;
- запишите пять дробей с числителем 3;
- запишите пять дробей со знаменателем 4;
- объясните, как получилась дробь $\frac{4}{6}$;
- сколько третьих долей в числе $\frac{2}{3}$;
- яблоко разрезали на 4 равные части. Какую часть яблока получит ребенок, если ему дадут 3 такие части;
- единицу разделили на 5 равных частей и взяли 3 из них. Запишите полученную дробь.

6* • НАХОЖДЕНИЕ ДОЛИ ЧИСЛА И ЧИСЛА ПО ЕГО ДОЛЕ

Объяснение нового учебного материала следует начинать с решения практической задачи, например: «От доски длиной 60 см отпилили $\frac{1}{3}$ часть. Какой длины доску отпилили?». Учитель демонстрирует полоску бумаги длиной 60 см, проверяет ее длину с помощью метровой линейки и просит детей сказать, как найти $\frac{1}{3}$ часть. Если знания о долях актуализированы, то учащиеся смогут ответить, что доску нужно разделить на три равные части и взять одну из них. Из этого следует, что длину доски 60 см нужно разделить на 3. Решение задачи: $\frac{1}{3}$ от 60 см составляет 60:3=20(см).

Нахождение нескольких частей от числа производится с помощью двух арифметических действий. В первом действии определяется одна часть от числа, а во втором — несколько частей. Например, надо найти $\frac{3}{4}$ от 20. Сначала нужно найти $\frac{1}{4}$, и полученное значение увеличить в 3 раза (т.е. взять три четвертых доли). Записывается решение: 20:4 х 3 = 15.

Работу по нахождению числа по одной его части следует связать с задачами практического содержания, например: «Известно, что $\frac{1}{4}$ м составляет 25 см. Сколько сантиметров в 1 м?». Учащиеся знают, что 1 м = 100 см и могут определить, что, если 25 см — это одна четвертая доля, а в целом четыре таких долей, то нужно 25 см увеличить в 4 раза. Записывается решение: 25·4= 100 (см).

Можно проводить сопоставление решения задач, выявлять сходство и различие в условии, вопросе и решении. Например, «На платье израсходовали 3 м ткани, что составляет $\frac{1}{5}$ всей купленной ткани. Сколько метров ткани купили?» Учащиеся рассуждают, что 3 м — это одна пятая часть, значит, всего пять таких частей, и нужно 3·5=15(м) — это вся купленная ткань. Теперь надо убедиться, что $\frac{1}{5}$ от 15 м составляет 3 м, т.е. выполнить проверку, найти $\frac{1}{5}$ от 15 м; решение: 15:5=3 (м). Задача решена верно.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Пороговый уровень компетенции

1. Выберите из учебника математики задания по теме «Изучение долей».
2. Подготовьте наглядный материал для ознакомления с долями.
3. При изучении темы «Площадь прямоугольника» учитель предложил решить разными способами задачу: «Длина огорода прямоугольной формы — 72 м, а ширина — в 2 раза меньше; $\frac{3}{4}$ огорода занято овощами, остальная часть — картофелем. Сколько квадратных метров занято картофелем?». Использование иллюстрации задачи в виде прямоугольника дает возможность наглядно представить задачную ситуацию по-разному: разделить прямоугольник на четыре равные части горизонтальными, вертикальными и взаимно перпендикулярными линиями. Рассматривая полученные иллюстрации, можно в процессе беседы подвести учащихся к приведенным ниже способам решения.
   А. 1)72:2 = 36:2)36:2 = 18; 3) 18·36=648;
   Б. 1) 72:2 = 36; 2)72·36 = 2 592; 3)2 592:4·3 = 1944; 4) 2 592 - 1 944 = 648;
   В. 1) 72:2 = 36; 2) 36:4 = 9; 3) 72 ·9 = 648;
   Г. 1)72:4= 18; 2)72:2 = 36; 3) 18·36 = 648;
   Д. 1)72:4·3 = 18; 2) 18·2 = 36; 3) 18·36 = 648._
   Укажите неверное решение.
4. Дана задача: «У монтера было 9 м проволоки. Он израсходовал $\frac{2}{3}$. Сколько метров проволоки он израсходовал?» Ученица начертила отрезок длиной 9 см [масштаб: в 1 см 1 м), отметила 3 раза по 3 см и подсчитала, что в двух частях содержится 6 см, затем дала ответ на вопрос задачи: монтер израсходовал 6 м. Каким способом девочка решила задачу: а) арифметическим; б) алгебраическим; в) графическим; г) табличным; д) смешанным.

Продвинутый уровень компетенции

1. Назовите задачи изучения долей и обыкновенных дробей в начальной школе.
2. Назовите типичные ошибки при решении задач на нахождение доли числа и числа по его доли. В чем их причина?
3. Приведите примеры заданий для закрепления знаний об образовании дробей.
4. Опишите методические приемы обучения решению задач на нахождение дроби числа и числа по его доле.

Высокий уровень компетенции

1. Разработайте задания для корректирующего и итогового контроля по теме «Нахождение дроби числа и числа по его доле».
2. Разработайте конспект урока по ознакомлению с долями.
3. Проанализируйте содержание разных программ по теме «Обыкновенные дроби».
4. Разработайте методические рекомендации по предупреждению и устранению ошибок при нахождении доли числа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Используемая литература

1. *Байрамукова П. У.* Методика обучения математике в начальных классах: курс лекций / П. У. Байрамукова, А. У. Уртенова. — Ростов н/Д: Феникс, 2009.

2. *Бантова М.А.* Методика преподавания математики в начальных классах / М.А.Бантова, Г.В.Бельтюкова; под ред. М.А.Байтовой.— М.: Просвещение, 1984.

3. *Безруких М. М.* Грамота: рабочая тетрадь № 1 для учащихся 1 класса общеобразовательных учреждений / М.М.Безруких, М.И.Кузнецова, Б. Э. Кочурова. — М.: Вентана-Граф, 2005.

4. *Белошистая А. В.* Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций. — М.: ВЛАДОС, 2005.

5. *Занков Л.В.* Учебник математики для 1 класса / Л.В.Занков, В.В.Занков. — М.: ВЛАДОС, 1997.

6. *Истомина Н.Б.* Математика. 1 класс: учебник для четырехлетней начальной школы. — Смоленск: Изд-во «Ассоциация XXI», 2002.

7. *Истомина Н.Б.* Математика. 2 класс: учебник для четырехлетней начальной школы. — Смоленск: Изд-во «Ассоциация XXI», 2002.

8. *Истомина Н.Б.* Методика обучения математике в начальных классах. — М.: Издательский центр «Академия», 2002.

9. *Калинченко А. В.* К проблеме определения категории «учебное знание» // Педагогика, 2011. — № 9.

10. Математике. 1-й класс трехлетней начальной школы: учебник-тетрадь / В.В. Давыдов, С.Ф. Горбов, Г.Г. Микулина, О.В. Савельева. — М.: МИРОС, 1999.

11. *Менчинская Н.А.* Проблемы учения и умственного развития школьника: Избранные психологические труды. — М.: Педагогика, 1989.

12. *Менчинская Н.А.* Вопросы методики и психологии обучения арифметике в начальных классах / Н.А.Менчинская, М.И.Моро. — М.: Просвещение, 1965.

13. *Моро М.И.* Математика: учебник для 1 класса начальной школы: в 2 ч. Ч. 1. (Первое полугодие) / М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова. — М.: Просвещение, 2002.

14. *Непомнящая Н. И.* Психологический анализ обучения детей 3—7 лет: на материале математики. — М.: Педагогика, 1983.

15. *Овчинникова В.С.* Методика обучения решению задач в начальной школе. — М.: Жизнь и мысль, 2003.

16. *Рудницкая В.Н.* Математика: рабочая тетрадь № 1 для учащихся 1 класса общеобразовательных учреждений. — М.: Вентана-Граф, 2005.

17. *Рудницкая В.Н.* Математика: рабочая тетрадь № 2 для учащихся 1 класса общеобразовательных учреждений. — М.: Вентана-Граф, 2005.

18. *Тихоненко А. В.* Обучение решению текстовых задач в начальной школе. — Ростов н/Д: Феникс, 2007.

19. *Тихоненко А. В.* Технология изучения понятия величины на уроках математики в начальной школе. — Ростов н/Д : Феникс, 2006.

20. *Тихоненко А.В.* Теоретические и методические основы изучения математики в начальной школе / А. В. Тихоненко, М. Русинова, С. Налесная. — Ростов н/Д: Феникс, 2008.

21. *Фридман А.М.* Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии. — М.: Просвещение, 1983.

22. *Шикова Р.Н.* Использование моделирования в процессе обучения решению текстовых задач // Начальная школа, 2004. — № 12.

23. *Шикова Р.Н.* Формирование самоконтроля в процессе обучения младших школьников решению задач / Р. Н. Шикова, Е. И. Бологова // Начальная школа, 2000. — № 1.

Литература для обязательного изучения студентами

1. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования. — М.: Просвещение, 2011.

2. *Асмолов А.Г.* Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И.А.Володарская — М.: Просвещение, 2011.

3. *Биболетова М. З.* Оценка достижения планируемых результатов в начальной школе. Система заданий: в 3 ч. / М. З. Биболетова, Л. Л.Алексеева, А. А. Вахрушев. — М.: Просвещение, 2011.

4. *Заславский В.М.* Проектные задачи в начальной школе / В.М.Заславский, А.Б.Воронцов, С.В.Егоркина. — М.: Просвещение 2011.

5. *Иванов С. В.* Оценка достижения планируемых результатов в начальной школе. Система заданий: в 2 ч. / С.В.Иванов, О.А.Карабанова, М.Ю.Демидова. — М.: Просвещение, 2011.

6. *Иляшенко Л. А.* Математика: итоговая аттестация за курс начальной школы: типовые тестовые задания. — М.: Экзамен, 2012.

7. *Петерсон Л. Г.* Математика. 4 класс. Методические рекомендации для учителя. ФГОС. — М.: Ювента, 2011.

8. *Петерсон Л. Г.* Как перейти к реализации ФГОС второго поколения по образовательной системе деятельностного метода обучения «Школа 2000...» / [Л.Г. Петерсон и др.]. — М. 2010.

Программы

1. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Начальная школа. — М.: Просвещение, 2011.

2. Программы общеобразовательных учреждений. Начальная школа. 1—4 классы. — М.: АСТ, 2010.

3. *Петерсон Л. Г.* Математика. 1 —4 классы. Рабочие программы. Предметная линия учебников системы «Перспектива». — М.: Просвещение, 2011.

4. Примерные программы по учебным предметам. Начальная школа.: в 2 ч. — М.: Просвещение, 2011.

5. *Моро М.И.* Математика. Рабочие программы. 1—4 классы: пособие для учителей общеобр. учреждений / М.И.Моро, С.И.Волкова, М.А.Бантова. — М.: Просвещение, 2011.

Учебники

1. *Башмаков М.И.* Математика. 1—4 класс / М.И.Башмаков, М.Г.Нефедова. — М.: Астрель, 2011.

2. *Демидова Т.Е.* Математика. 1—4 класс/Т.Е.Демидова, С.А.Козлова, А. П. Тонких. — М.: Баласс, 2012.

3. Математика. 1 —4 класс / [М.И.Моро и др.]. — М.: Просвещение.

4. *Петерсон Л. Г.* Математика «Учусь учиться». 1 — 2 класс. — М.: Ювента, 2011.

5. *Петерсон Л.Г.* Математика. 3 — 4 класс. — М.: Ювента, 2011.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Калинченко Анна Викторовна,
Шикова Раиса Наумовна,
Леонович Евгений Николаевич

Методика преподавания начального курса математики

Учебное пособие

Редактор *И. В. Пирогова*
Технический редактор *О. Н. Крайнова*
Компьютерная верстка: *Л. Н. Смирнова, Н. В. Протасова*
Корректор *Г. Н. Петрова*

Изд. № 101113567. Подписано в печать 18.02.2013. Формат 60x90/16. Гарнитура «Балтика». Бумага офс. № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 13,0. Тираж 1 500 экз. Заказ № 5364.

ООО «Издательский центр «Академия», www.academia-moscow.ru
129085, Москва, пр-т Мира, 101В, стр. 1.
Тел./факс: (495) 648-0507, 616-00-29.
Санитарно-эпидемиологическое заключение № РОСС RU. AE51. H 16067 от 06.03.2012.

Отпечатано с электронных носителей издательства.
ОАО «Тверской полиграфический комбинат», 170024, г. Тверь, пр-т Ленина, 5.
Телефон: (4822) 44-52-03, 44-50-34. Телефон/факс: (4822) 44-42-15.
Home page — www.tverpk.ru Электронная почта (E-mail) — sales@tverpk.ru