**Выдача контрольной работы №1 по математике для студентов заочного отделения**

**ПНК 102, 105 и ДО 103**

**Преподаватель Кочнева А.Н.**

**Дисциплина ЕН.01 Математика**

**Информационное обеспечение обучения**

**Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы**

Основные источники:

1. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: учебник для студентов средних профессиональных учреждений – М.: Издательский центр «Академия», 2010.
2. Спирина М.С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов средних профессиональных учреждений – М.: Издательский центр «Академия», 2007.
3. Н.В. Богомолов Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2011
4. Н.В. Богомолов, Л.Ю. Сергиенко Сборник дидактических заданий по математике. – М.-Дрофа-2011
5. Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко Математика. – М.: Дрофа, 20010.
6. Е.В.Филимонова Математика для СПО, учебное пособие – Ростов на/Дону, Феникс, 2008
7. В.П. Омельченко, Э.В. Курбатова Математика для СПО, учебное пособие – Ростов на/Дону, Феникс, 2011
8. Я.М. Ерусалимский Дискретная математика. – М.: Вузовская книга, 2001

Дополнительные источники:

1. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. - М.: Наука, 2007
2. З.И. Гурова, С.Н. Каролинская, А.П. Осипова Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002
3. И. Д. Пехлецкий Математика. – М.: Мастерство, 2001
4. В.Ф. Бутузов, Н.И. КрутицкаяМатематичесий анализ в вопросах и задачах. – М.: Физматлит, 2000

Интернет – ресурсы:

1. <http://siblec.ru> - Справочник по Высшей математике
2. <http://matclub.ru> - Высшая математика, лекции, курсовые, примеры решения задач, интегралы и производные, дифференцирование, производная и первообразная, ТФКП, электронные учебники
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Электронная библиотека [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://window.edu.ru/window>, свободный. — Загл. с экрана.
4. Российская национальная библиотека [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http:// nlr.ru/lawcenter, свободный. — Загл. с экрана.
5. Электронные библиотеки России /pdf учебники студентам [Электронный ресурс]. — Режим доступа :<http://www.gaudeamus.omskcity.com/my_PDF_library.html>, свободный. — Загл. с экрана.

**3 Содержание дисциплины**

Введение. Значение математики.

**Модуль 1 Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии**

1.1. Система координат.

1. Декартовы прямоугольные координаты, на плоскости и в пространстве.
2. Полярные координаты.
3. Связь между декартовыми и полярными координатами.
4. Расстояние между двумя точками.
5. Деление отрезка в данном отношении и пополам.

1.2. Векторы.

1. Векторные и скалярные величины.
2. Определение вектора, изображение его и обозначение.
3. Действия над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение.
4. Проекции вектора на ось. Разложение вектора по орт-векторам. Длина вектора.
5. Действия над векторами в координатах.

В основе этойтемы лежит понятие вектора и его координат на плоскости и в пространстве. Узловыми моментами являются действия с векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, скалярное и векторное произведение двух векторов, смешанное произведение трех векторов. Особое внимание следует обратить на непростое определение векторного произведения векторов и на область применения каждого вида произведений векторов при решении задач геометрии.

После подробного изучения элементов векторной алгебры следует перейти к обсуждению вопросов, связанных с составлением уравнений плоскости и прямой в пространстве.

1.3. Прямая линия.

1. Уравнение линии.
2. Уравнение прямой линии: с угловым коэффициентом , пучка прямых, по двум точкам, в отрезках, с нормальным вектором.
3. Угол между прямыми.
4. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
5. Пересечение прямых.

При изучении этой темы прежде всего следует усвоить понятие уравнение прямой. Подобно тому, как точка в аналитической геометрии определяется числами (координатами точки), линия определяется уравнением, связывающим координаты любой точки этой линии (уравнением линии). Прямая линия является простейшей из линий на плоскости. Изучите различные способы нахождения уравнений прямой. Успех решения задач, связанных с прямыми на плоскости, во многом зависит от умелого выбора соответствующего вида решения прямой.

***Вопросы для самопроверки***

1. Расстояние между двумя точками
2. Определение вектора, изображение его и обозначение
3. Действия над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение
4. Уравнение прямой линии
5. Условие параллельности и перпендикулярности прямых

**Модуль 2 Математический анализ**

2.1.Пределы.

1. Понятие предела переменной и функции.
2. Теоремы о пределах.
3. Замечательные пределы.
4. Приращение аргумента и функции.
5. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции.

2.2.Производная.

2.2.1. Понятие производной, ее физический и геометрический смысл.

1. Таблица производных.
2. Дифференциал функции и аргумента. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
3. Применение производной к исследованию функций (промежутки монотонности, экстремумы функции, правило № 1 и № 2 для экстремумов, выпуклость и вогнутость, точка перегиба).
4. Построение графиков функций с предварительным исследованием.

При изучении этой темы обратите внимание на понятие функции, способы задания функции, основные элементарные функции.

Центральными понятиями в этой теме являются понятия предела переменной величины, предела функции и понятие непрерывной функции. При решении задач на вычисление пределов функции обратите внимание на то, что в определении предела функции не учитывается значение функции в предельной точке,

При изучении темы «Производная» обратите внимание на определение производной, ее геометрический и механический смысл. Особую роль при решении задач играет правило вычисления производной сложной функции. При дифференцировании некоторых функций нередко значительно упрощает вычислительный прием, состоящий в том, что перед вычислением производной функцию предварительно логарифмируют.

При изучении темы « Исследование функции с помощью производной» следует начать с усвоения понятий возрастание и убывание функции, максимума и минимума функции, выпуклости и вогнутости кривой. При решении задач на построение графика функции следует учесть, что приведенный порядок исследования может быть нарушен, так значение одних свойств функции позволяют сделать вывод о других ее свойствах.

***Вопросы для самопроверки***

1. Сформулируйте понятие предела переменной.
2. Какая величина называется бесконечно большой, бесконечно малой?
3. Сформулируйте теоремы о пределах.
4. Сформулируйте свойства бесконечно большой, бесконечно малой.
5. Что такое производная. Смысл производной.
6. Правила вычисления производной от суммы, произведения, частного двух функций.
7. Что называется дифференциалом функции?
8. Каковы признаки возрастания и убывания функций?
9. Сформулируйте правило нахождения экстремумов функций.
10. Что такое точка перегиба?
11. Дайте определение асимптот кривой. Как найти вертикальные и наклонные асимптоты?
12. Какие точки нужно найти для построения графика функции.

2.3.Неопределенный интеграл.

1. Понятие первообразной функции.
2. Неопределенный интеграл и его свойства.
3. Таблица основных интегралов.
4. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование. Интегрирование заменой, интегрирование по частям.

Прежде чем приступить к интегрированию функций, тщательно изучите таблицу интегралов, простейшие свойства неопределенного интеграла и два простейших метода интегрирования: метод замены переменной и способ подстановки. Успех интегрирования в значительной степени зависит от того, сумеете ли вы подобрать удачную замену переменной упрощающую данный интеграл. При использовании метода интегрирования по частям очень важно правильно выбрать множители.

1. Каковы свойства неопределённого интеграла?

3.Перечислите способы интегрирования.

1. Напишите формулу интегрирования по частям.

2.4.Определенный интеграл.

1. Криволинейная трапеция и ее площадь.
2. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла.

При решении задач на вычисление определенного интеграла следует изучить основные свойства определенного интеграла и формулу Ньютона-Лейбница. Из этой формулы виден порядок вычисления определенного интеграла.

Понятие определенного интеграла широко применяется для вычисления различных геометрических и физических величин. При решении задач на вычисление площади, ограниченной линиями следует пользоваться формулойНьютона-Лейбница. Полезно проводить построения заданных линий.

*Вопросы для самопроверки*

1. Какая фигура называется криволинейной трапецией?
2. Геометрический смысл определённого интеграла.
3. Напишите формулу Ньютона-Лейбница.
4. Перечислите свойства определённого интеграла.
5. По каким формулам можно вычислить определённый интеграл приближён­но?
6. Какие два знака заменяет знак определённого интеграла?
7. Какие прикладные задачи можно решать с помощью определённого интегра­ла?

**Модуль 3 Вычислительная математика**

3.1.Комбинаторика.

1. Понятие комбинаторных задач.
2. Теорема умножения.
3. Основные понятия комбинаторики: множество, подмножества, сочетания, размещения, перестановки.

3.2.Вероятность.

1. Случайные события, случайные величины.
2. Классическое определение вероятности.
3. Формулы сложения, умножения и полной вероятности.

3.3.Роль математики.

1. Математика и гуманитарные науки.
2. Основные этапы развития математики.

Задачи, при решении которых приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и производить подсчет числа всех возможных комбинаций называют комбинаторными. Этот раздел математики находит широкое применение во многих вопросах естествознания и техники.

Для решения задач по данной теме необходимо уделить внимание следующим вопросам:

1. Классическое определение вероятности. Правилам сложения и умножения вероятностей.
2. Математическое ожидание дисперсия дискретной случайной величины.
3. Понятие размещения.
4. Понятие перестановки и сочетания.

**4 Задания для контрольной работы**

*Контрольная работа включает 6 заданий. Номера заданий выбирать по двум последним цифрам зачетной книжки*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Код | № задач | | | | | | Код | № задач | | | | | |
| **01** | 1 | 16 | 31 | 46 | 61 | 76 | **51** | 2 | 21 | 36 | 55 | 66 | 84 | |
| **02** | 2 | 17 | 32 | 47 | 62 | 77 | **52** | 11 | 22 | 37 | 54 | 67 | 75 | |
| **03** | 3 | 18 | 33 | 48 | 63 | 78 | **53** | 10 | 23 | 38 | 53 | 68 | 85 | |
| **04** | 4 | 19 | 34 | 49 | 64 | 79 | **54** | 9 | 24 | 39 | 52 | 69 | 89 | |
| **05** | 5 | 20 | 35 | 50 | 65 | 80 | **55** | 8 | 25 | 40 | 51 | 70 | 90 | |
| **06** | 6 | 21 | 36 | 51 | 6 | 81 | **56** | 7 | 26 | 41 | 50 | 71 | 79 | |
| **07** | 7 | 22 | 37 | 52 | 67 | 82 | **57** | 6 | 27 | 42 | 49 | 72 | 78 | |
| **08** | 8 | 23 | 38 | 53 | 68 | 83 | **58** | 5 | 28 | 43 | 48 | 73 | 80 | |
| **09** | 9 | 24 | 39 | 54 | 69 | 84 | **59** | 4 | 29 | 44 | 47 | 74 | 81 | |
| **10** | 10 | 25 | 40 | 55 | 70 | 85 | **60** | 3 | 30 | 45 | 46 | 75 | 82 | |
| **11** | 11 | 26 | 41 | 56 | 71 | 86 | **61** | 1 | 30 | 44 | 46 | 61 | 83 | |
| **12** | 12 | 27 | 42 | 57 | 72 | 87 | **62** | 5 | 28 | 43 | 49 | 63 | 84 | |
| **13** | 13 | 28 | 43 | 58 | 73 | 88 | **63** | 9 | 26 | 42 | 47 | 64 | 85 | |
| **14** | 14 | 29 | 44 | 59 | 74 | 89 | **64** | 13 | 24 | 41 | 49 | 67 | 86 | |
| **15** | 15 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 | **65** | 2 | 22 | 40 | 50 | 69 | 87 | |
| **16** | 1 | 22 | 31 | 47 | 61 | 77 | **66** | 6 | 20 | 39 | 51 | 71 | 88 | |
| **17** | 3 | 29 | 35 | 49 | 75 | 76 | **67** | 10 | 18 | 38 | 52 | 73 | 75 | |
| **18** | 5 | 23 | 36 | 50 | 74 | 79 | **68** | 14 | 16 | 37 | 53 | 75 | 84 | |
| **19** | 7 | 24 | 37 | 51 | 73 | 78 | **69** | 3 | 29 | 36 | 54 | 62 | 83 | |
| **20** | 9 | 25 | 38 | 52 | 72 | 80 | **70** | 7 | 17 | 35 | 55 | 64 | 82 | |
| **21** | 11 | 26 | 39 | 53 | 71 | 79 | **71** | 11 | 19 | 34 | 56 | 66 | 84 | |
| **22** | 13 | 27 | 40 | 54 | 70 | 82 | **72** | 15 | 21 | 33 | 57 | 68 | 9 | |
| **23** | 14 | 28 | 41 | 55 | 69 | 81 | **73** | 4 | 23 | 32 | 58 | 70 | 80 | |
| **24** | 15 | 16 | 42 | 56 | 68 | 84 | **74** | 8 | 25 | 45 | 59 | 72 | 75 | |
| **25** | 2 | 30 | 43 | 57 | 62 | 83 | **75** | 12 | 27 | 31 | 60 | 74 | 89 | |
| **26** | 4 | 17 | 44 | 58 | 68 | 85 | **76** | 1 | 29 | 31 | 48 | 62 | 88 | |
| **27** | 6 | 18 | 45 | 59 | 67 | 86 | **77** | 2 | 28 | 32 | 49 | 61 | 87 | |
| **28** | 8 | 19 | 32 | 60 | 66 | 88 | **78** | 3 | 26 | 33 | 46 | 64 | 86 | |
| **29** | 10 | 20 | 33 | 46 | 65 | 87 | **79** | 4 | 30 | 34 | 47 | 63 | 85 | |
| **30** | 12 | 21 | 34 | 48 | 64 | 90 | **80** | 5 | 27 | 35 | 50 | 75 | 81 | |
| **31** | 3 | 25 | 40 | 50 | 62 | 89 | **81** | 6 | 25 | 36 | 60 | 74 | 82 | |
| **32** | 6 | 26 | 41 | 51 | 63 | 90 | **82** | 7 | 23 | 37 | 59 | 72 | 83 | |
| **33** | 9 | 27 | 42 | 52 | 64 | 89 | **83** | 8 | 24 | 38 | 58 | 73 | 84 | |
| **34** | 12 | 28 | 43 | 53 | 65 | 88 | **84** | 9 | 22 | 39 | 57 | 70 | 80 | |
| **35** | 15 | 29 | 44 | 54 | 66 | 87 | **85** | 10 | 21 | 40 | 56 | 71 | 89 | |
| **36** | 14 | 30 | 45 | 48 | 67 | 86 | **86** | 11 | 20 | 41 | 55 | 68 | 88 | |
| **37** | 11 | 24 | 39 | 49 | 68 | 85 | **87** | 12 | 19 | 42 | 54 | 69 | 76 | |
| **38** | 8 | 23 | 38 | 55 | 69 | 84 | **88** | 13 | 17 | 43 | 53 | 66 | 76 | |
| **39** | 5 | 24 | 31 | 56 | 70 | 83 | **89** | 14 | 18 | 44 | 52 | 67 | 77 | |
| **40** | 2 | 16 | 32 | 57 | 71 | 82 | **90** | 15 | 16 | 45 | 51 | 65 | 78 | |
| **41** | 1 | 17 | 33 | 58 | 72 | 81 | **91** | 14 | 25 | 32 | 50 | 61 | 79 | |
| **42** | 4 | 18 | 34 | 59 | 73 | 80 | **92** | 12 | 26 | 34 | 49 | 62 | 90 | |
| **43** | 7 | 19 | 35 | 60 | 74 | 79 | **93** | 10 | 27 | 33 | 48 | 63 | 86 | |
| **44** | 10 | 20 | 36 | 46 | 75 | 78 | **94** | 8 | 28 | 31 | 47 | 64 | 85 | |
| **45** | 13 | 21 | 37 | 47 | 61 | 77 | **95** | 6 | 29 | 35 | 46 | 70 | 84 | |
| **46** | 15 | 16 | 31 | 60 | 61 | 76 | **96** | 4 | 30 | 40 | 45 | 65 | 83 | |
| **47** | 14 | 17 | 32 | 59 | 62 | 76 | **97** | 2 | 16 | 39 | 51 | 71 | 82 | |
| **48** | 13 | 18 | 33 | 58 | 63 | 84 | **98** | 1 | 17 | 42 | 52 | 72 | 81 | |
| **49** | 12 | 19 | 34 | 57 | 64 | 83 | **99** | 3 | 18 | 37 | 53 | 73 | 80 | |
| **50** | 1 | 20 | 35 | 56 | 65 | 82 | **00** | 44 | 22 | 31 | 52 | 75 | 86 | |

**5 Варианты заданий**

**Задание 1** (№1-15)

Найти длину любой медианы в треугольнике ABC, у которого известны вершины. Составить уравнение высоты АН. Треугольник построить.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | А(-5;3) | В(-2;7) | С(4;3) |
| 2. | А(4;8) | В(-3;1) | С(1;-3) |
| 3. | А(8;4) | В(6;7) | С(-1;-1) |
| 4. | А(15;3) | В(-10;12) | С(0;5) |
| 5. | А(-1;-1) | В(-7;8) | С(4;3) |
| 6. | А(0;1) | В(6;-3) | С(9;8) |
| 7. | А(-1;3) | В(2;-3) | С(-4;-4) |
| 8. | А(4;4) | В(-4;-4) | С(6;-1) |
| 9. | А(1;7) | В(-4;2) | С(5;-1) |
| 10. | А(2;8) | В(-5;1) | С(-3;-4) |
| **11,** | А(1;3) | В(-4;7) | С(-1;-2) |
| 12. | А(-4;8) | В(1;2) | С(4;7) |
| 13. | А(1;1) | В(4;5) | С(5;-1) |
| 14. | А(-1;-1) | В(1;7) | С(4;8) |
| 15. | А(1;-2) | В(-1;3) | С(4;б) |

**Задание 2 (№16-30)**

а) вычислить предел;

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 16. | а)х0=2 | в)х0=3 | с)х0=∞ |
| 17. | а)х0=0 | в)х0=2 | с)х0=∞ |
| 18. | а)х0=3 | в)х0=-3 | с)х0=∞ |
| 19. | а)х0=-3 | в)х0=-2 | с)х0=∞ |
| 20. | а)х0=2 | в)х0=4 | с)х0=∞ |
| 21. | а)х0=2 | в)х0=5 | с)х0=∞ |
| 22. | а)х0=1 | в)х0=-4 | с)х0=∞ |
| 23. | а)х0=5 | в)х0=-5 | с)х0=∞ |
| 24. | а)х0=-2 | в)х0=1 | с)х0=∞ |
| 25. | а)х0=-2 | в)х0=-1 | с)х0=∞ |
| 26. | а)х0=5 | в)х0=3 | с)х0=∞ |
| 27. | а)х0=1 | в)х0=-3,5 | с)х0=∞ |
| 28. | а)х0=4 | в)х0=5 | с)х0=∞ |
| 29. | а)х0=2,5 | в)х0=-4 | с)х0=∞ |
| 30. | а)х0=1 | в)х0=1,5 | с)х0=∞ |

б) вычислить значение производной;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 16) y = 5x3 + 8x2 – 4x + 7. | 21) y = 9x – 4 + 6x3. | 26) y = 21 + 9x2. |
| 17) y = 7cosx + 9x6. | 22) y = x3 + 3sin2x. | 27) y = 6x5 – 3 sinx + 8. |
| 18) y = 5 +6tgx. | 23) y =7x7 + 5. | 28) y = 8 – 3x3 + 7x9. |
| 19) y = 7x8 + 9 x9 + 4. | 24) y = 4x5 – 9x2 – 7cosx. | 29) y = 9sinx – 4x3. |
| 20) y = 4x7 + . | 25) y = 7x9 + 16x-2 +. | 30) y = 9x8 + 17 + 9x5. |

**Задание 3 (№31-45)**

Исследовать функцию и построить график.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 31.а) у = 5x3 – 30x2; | 36.а) у = 36x + 3x2 – 2x3; | 41.а) у = 1 + 2x2 – ; |
| 32.a) у = -x3 + 3x2 + 1; | 37.а) у = x3 – 1,5 -36x; | 42.а) у = x3 + 3x2 + 1; |
| 33.а) у = 2x3 – 6x2 – 3; | 38.а) у = | 43.а) у = ; |
| 34.а) у = 45x + 3x2 – x3 + 2; | 39.а) у = x3 – 9x2 + 15x – 3; | 44.а) у = x3 – 3x2 – 45x + 2; |
| 35.а) у = x3 – 6x2 + 5; | 40.а) у = -x3 + 3x2 – 1; | 45).а) у = 2x3 + 3x2 – 36x +10; |

**Задание 4 (№46-60)**

Найти интегралы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 46.; | 51.; | 56.; |
| 47.; | 52.; | 57.; |
| 48.; | 53.; | 58.; |
| 49.; | 54.; | 59.; |
| 50.; | 55.; | 60.; |

**Задание 5 (№ 61-75)**

Вычислить площадь фигуры ограниченной указанными линиями.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 61.y2 = и у = 2 – х2; | 66.7х2 – 9у + 9 = 0 и 5х2 – 9у + 27 = 0; | 71.у = ,у = 0, х = 1 и х = 9; |
| 62.х2 = 3у и у = х; | 67.у = х3, у = 0, х = –1 и х = 2; | 72.у = 0, х = 3, х = –1 и у = ; |
| 63.у = х2 – 6х + 9 и 3х – у – 9 = 0; | 68.у = у = 0, х = 0 и х = π; | 73.у = 0, х = 2, х = 5 и у = ; |
| 64.у2 4х, х = 1 и х = 9; | 69.у2 = х, у ≥ 0, х = 1 и х = 4; | 74.у = х2 – 6х + 9 и у = (х + 1) · (3 – х); |
| 65.у2 = 9х и х = 4; | 70.у = х3, х = –1, х = 2 и осью Ох; | 75.у = , у = – 2 и х = 4. |

**Задание 6 (№ 76-90)**

Вычислить:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ; | ; |  |
| ; |  |  |
| ; | 83.; |  |
| ; |  |  |
| ; |  |  |

**5 Рекомендации по решению контрольной работы**

**Задание 1**выполняется после изучения темы**«Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»**

Пример: А(0; 1), В(-4; 3), С(7; 0). Найти длину:

АМ – медианы и уравнение АН – высоты.

Решение

Длина отрезка находиться по формуле:

где – координаты точки В

- координаты точки А.

Здесь

Сначала найдем координаты точки М – это середина стороны ВС

Уравнение высоты составили, пользуясь условием перпендикулярности прямых и уравнение прямой, проходящей через одну точку: у – у1 = k(х – х1)

Угловой коэффициент прямой ВС найдем по формулеэто k1

это угловой коэффициент высоты.

Уравнение высоты

Преобразуем к общему уравнению

3у – 11х – 3 = 0

**Задание 2** выполняется после изучения темы «**Производная**».

1. Для выполнения задания нужно знать таблицу производных и уметь ее применять

Основные формулы дифференцирования

|  |  |
| --- | --- |
| 1.C׳ = 0 (C – постоянная) | 15.(ln x)' = |
| 2.x׳ = 1 | 16.()' = |
| 3.(u + v + w)' = u' + v' - w' (u, v, w – функции от x) | 17.(sin x)' = cos x |
| 4.(Cu) ' = Cu' | 18. (cos x)' = - sin x |
| 5.(uv)' = u'v + uv' | 19.(tg x)' = = 1 + tg2 x |
| ' = | 20.ctg x)' = |
| ' = | 21.(ln sin x)' = ctg x |
| ' = | 22.(lncos x)' = - tg x |
| 9.(xn)' = nxn – 1 | 23.(lntg x)' = |
| ' = | 24.(lnctg x)' = |
| 11.()' = | 25.(arcsin x)' = |
| 12.()' = | 26.(arccos x)' = |
| 13.(ex)' = ex | 27.(arctg x)' = |
| 14.(ax)' = axln a | 28.(arcctg x)' = |

1.Вычислить предел:

Здесь сталкиваемся с неопределенностью «», избавиться от которойможно вынесением за скобки в числителе и знаменателе дроби старшей степени переменной:

1. Найти значение производной.

Пример: у=5х7+9х6. Найти производную.

Решение:

Вычислим значение производной.

у´=(5х7+9х6=ф3(5х7)´+( 9х6= =ф5,ф45(х7)´+(9х69х6(=

ф7,ф17,1835х6+54х5-9х6.

При подстановке вместо переменной х ее предельного значения 3 получается неопределенность вида «». Для избавления от этого типа неопределенности в нашем случае представим квадратные трехчлены числителя и знаменателя в виде произведения линейных множителей, воспользовавшись известной формулой

aх2 + bc + c = a(х – х1)(х **–**х2),

где х1, х2 – корни квадратного трехчлена aх2 + bc + c.

У нас

2х2 – 3х – 9 = 2(х – 3)

Так дискриминант квадратного трехчлена D = 9 – 4 · 2 · (-9) = 81, а следовательно,

Аналогично

х2 – х – 6 = (х - 3)(х + 2).

Теперь условие примера можно переписать в другом виде и продолжить решение:

**Задание 2** выполняется после изучения темы « **Исследование функции**»

Схема исследования функции *y=f[x):*

1.Найти область определения функции *D(у).*

2.Найти асимптоты у графика.

3.Найти опорные точки (максимум, минимум, перегиб).

4.Добавить к опорным точкам дополнительные точки.

Для построения графика.

Отметить все найденные точки в системе координат начертить асимптоты.

Построить график используя предыдущие исследования.

*Пример:* а) у = (х3 + 9х2 + 15х - 9)

1. Областью определения функции являются все действительные числа *D(у) =(-∞;∞)*
2. Так как все числа входят в *D(у)*, то вертикальных асимптот нет.
3. Ищем наклонные асимптоты.

Их уравнение имеет вид *y=kx+b*, где *k*= b=).

Находим *k:*

Асимптот наклонных нет.

3.Находим опорные точки

а) Точки максимума и минимума. Для этого находим производную и приравняем ее к нулю.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Разбиваем ось Ох на интервалы и проверяем в них знаки производной подставляя в производную любое число из интервала

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | (-∞; - 5) | - 5 | (-5; - 1) | - 1 | (- 1; ∞) |
| y´ | + | 0 | - | 0 | + |
| y |  | max |  | min |  |

Вычислим значение функции в максимуме и минимуме.

б) Находим точки перегиба. Для этого находим вторую производную и приравниваем ее к нулю.

Разобьем область определения на интервалы и проверим знак второй производной в этих интервалах

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | (- ∞; - 3) | - 3 | ( - 3; ∞) |
| y´´ | - | 0 | + |
| y | ∩ | перегиб | ∪ |

Вычислим значение функции в перегибе

4.Составить таблицу для х и у, в нее запишем опорные точки и добавим дополнительные.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | - 5 | - 1 | - 3 | - 6 | 1 | 0 |
| у | 4 | - 4 | 0 |  | 4 |  |

Строим график

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | у |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 4 | у = (х3 + 9х2 + 15х -9) | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  | 3 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | 0 | 1 |  |  |  |  |  | х |
|  | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |  |
|  |  |  |  |  |  |  | -1 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | -2 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | -3 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | -4 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | -5 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Если значение функции получилось больше можно масштаб на оси Оу сделать другой, например одно деление 50

*Пример:*б)

1. Область определения Д(у) = (-∞; 4) ∪ (4; ∞). Число 4 не входит в область определения, так как при нем получается деление на нуль.
2. Вертикальная асимптота х = 4. Находим наклонные асимптоты:

Уравнение асимптоты у = х + 4

1. Находим экстремумы

Проверяем знаки производной в интервалах, на которые разбивают ось эти корни

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | (- ∞; - 2) | - 2 | (- 2; 4) | 4 | (4; 10) | 10 | (10; ∞) |
| у´ | + | 0 | - |  | - | 0 | + |
| у |  | max |  | не сущ. |  | min |  |
|  | | | |  | | | |

Находим точки перегиба.

Вторая производная в ноль превратиться не может, поэтому точек перегиба нет.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 4. | х | - 2 | 10 | 0 | 3 | 5 |
|  | у | - 4 | 20 | - 5 | - 29 | 45 |

Для построения асимптоты у = х + 4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | | 0 | | 3 | | |
| у | | 4 | | 7 | | |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  | 45 |  |  |  |  |  | | | | |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  | 20 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | у = х + 4 | | | |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | | -6 | -5 | |  | -3 | -2 |  |  |  | 1 |  | 3 | 4 | 5 |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  | -5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  | -30 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | |  | |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Задание 3** выполняется после изучения темы «**Неопределенный интеграл**».

При выполнения задания используются свойства интегралов:*∫af(x) dx = a∫f(x) dx, a≠ 0.*

∫ *(f1(x) – f2(x) + f3(x)) dx =* ∫ *(f1(x) dx -* ∫ *(f2(x) dx +*∫ *(f3(x) dx .*

**ТАБЛИЦА НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ**

|  |  |
| --- | --- |
| ∫dx = x. | ∫ex dx = ex . |
| ∫ (a + bx)n dx = ,(n ≠ -1). | ∫ln x dx = x ln x – x. |
| ∫xn dx = , (n ≠ -1). | ∫ax dx = . |
| ∫. | ∫cos x dx = sin x. |
| ∫. | ∫ sin x dx = - cos x. |
| ∫. | ∫ |
| ∫dx = )3. | ∫. |
| ∫ = arcsin x. |  |

Пример 1.Вычислить методом непосредственного интегрирования.

Здесь a, nчисла.

Формулы:

Пример 2. Вычислить по замене.

Полагая , имеем 2xdx =du, xdx = (1/2) du. Значит,

**Задание 4**выполняется после изучения темы « **Определенный интеграл**»

Для вычисления площади необходима формула

**Алгоритм нахождения определенного интеграла**

1. Найти первообразную функцию *F(x)* для функции *f(x).*
2. Вычислить значение *F(x )*при *х* = *b (b*называется верхним пределом).
3. Вычислить значение *F(x)* при *х* = *а (а* называется нижним пределом).
4. Вычислить разность *F(b) - F(a).* Приведем примеры:

Приведем примеры:

;

Пример: Вычислить площадь криволинейной трапеции и построить ее график.

*х-2у+4=0 , х+у-5 = 0* и *у = 0.*

Выполним построение фигуры.Построим прямую *х—2у* + 4 = 0: *у = 0, х=-4,* А(-4;0); jх=0,*' у = 2, В(0;2).* Построим прямую x+у-5 = 0; *у = 0, х = 5, С(5;* 0); х = 0, у = 5,

D(0; 5).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x + y - 5 = 0 | | | | | | y |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | x – 2y + 4 = 0 | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | M(2;3) | |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | C(5;0) | |
|  | A(-4;0) | |  |  | 0 |  | N(2;0) | |  |  | x |

Найдем точку пересечения прямых, решив систему уравнений

Для вычисления искомой площади разобьем треугольник *АМС* на два треугольника *AMN*и *NMC,* так как при изменении *х* от *А* до *N* площадь ограничена прямой а при изменении х от N до С – прямой для треугольника AMNимеем

*у=0,5х+2;* т.е.)= 0,5х+2*, а=4*и*b=2.*для треугольника NMCby=-x+5 т.е..

)= -х+2, и *b=5.*

Вычислив площадь каждого из треугольников и сложив результаты, находим площадь:

*SAMC=SNMC=*

*S= SAMC + SNMC =*9+4.5=13.5

**Задание 6** Выполняется после изучения темы «**Основы дискретной математики и теории вероятностей»**

Для решения понадобятся формулы:

Для решения понадобятся формулы:

- количество сочетаний;

- количество размещений;

Пример